

	diszkrét	folytonos
eloszlás megadása	$P(X=k)=\dots$	f sűrűségfv. vagy F eloszlás fv kapcsolat: $F' = f, F(x) = P(X < x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$
$M(X)$	$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} kP(X = k)$	$= \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$
2 v.v. együttes eloszlása	$P(X = k, Y = l) = \dots$ (táblázat)	$f_{X,Y}(x, y) = \dots$
$M(XY)$	$= \sum_k \sum_l klP(X = k, Y = l)$	$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xyf_{X,Y}(x, y)dxdy$
X peremeloszlása	$P(X = k) = \sum_l P(X = k, Y = l)$	$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x, y)dy$
X feltételes el. $Y = y$ -ra	$P(X = k Y = y) = \frac{P(X=k, Y=y)}{P(Y=y)}$	$f_{X Y}(x y) = \frac{f_{X,Y}(x,y)}{f_Y(y)}$
$M(X Y = y)$	$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} kP(X = k Y = y)$	$= \int_{-\infty}^{\infty} xf_{X Y}(x y)dx$

$$X \sim N(m, \sigma) \text{ a.cs.a } \frac{X - m}{\sigma} \sim N(0, 1) \text{ a.cs.a } P(X < a) = \Phi\left(\frac{a - m}{\sigma}\right)$$

$$D^2(X) = M(X^2) - M(X)^2, \text{ Cov}(X, Y) = M(XY) - M(X)M(Y), R(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{D(X)D(Y)}$$

Empirikus kovariancia meghatározása:

Ha $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ mért párok, akkor az empirikus momentumok:

$$M(X) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, M(X^2) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}, M(XY) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n}$$

Regressziója η -nak ψ -re vonatkoztatva $M(\eta | \psi = x)$ (ψ értékéből következtetünk η -ra.) Lineáris regressziója Y -nak X -re vonatkoztatva $y = ax + b$ egyenes, ahol

$$a = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{D^2(X)} = R(X, Y) \frac{D(Y)}{D(X)} \text{ és } b = M(Y) - aM(X).$$

Jogos a lineáris regresszió ha $|R(\psi, \eta)|$ 1-hez közeli érték.

Konfidencia intervallum

$1 - \epsilon$ -hoz tartozó konfidencia intervallum várható értékre (m -re) $(\bar{x} - \frac{u_{\epsilon/2}\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{u_{\epsilon/2}\sigma}{\sqrt{n}})$, ahol $\Phi(u_{\beta}) = 1 - \beta$.

Hipotézis vizsgálat $1 - \epsilon$ szignifikancia szinten:

H_0 a nullhipotézisnek, H_1 az ellenhipotézisnek a jele. (Annak a valószínűsége, hogy a nullhipotézist elutasítom pedig igaz csak ϵ Ez az elsőfajú hiba. A másodfajú hiba, annak a valószínűsége, hogy elfogadom a nullhipotézist pedig nem kéne.

- $H_0 : m = m_0$, (várhatóérték egy konkrét m_0 érték?) $H_1 : m \neq m_0$ esetén az elfogadási tartomány:

$$(m_0 - \frac{u_{\epsilon/2}\sigma}{\sqrt{n}}, m_0 + \frac{u_{\epsilon/2}\sigma}{\sqrt{n}})$$

- $H_0 : m \leq m_0$, $H_1 : m > m_0$ illetve $H_0 : m = m_0$, $H_1 : m > m_0$ esetén az elfogadási tartomány:

$$(-\infty, m_0 + \frac{u_{\epsilon}\sigma}{\sqrt{n}})$$

- $H_0 : m \geq m_0$, $H_1 : m < m_0$ illetve $H_0 : m = m_0$, $H_1 : m < m_0$ esetén az elfogadási tartomány:

$$(m_0 - \frac{u_{\epsilon}\sigma}{\sqrt{n}}, \infty)$$

Elfogadom a nullhipotézist, ha \bar{x} benne van az elfogadási tartományban, egyébként elutasítom.

Differenciálegyenletek

Egzaktnak nevezzük a $P + Qy' = 0$ differenciálegyenletet, ha $\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$.

Megoldása $F(x, y) = c$, ahol $\frac{\partial F}{\partial x} = P$ és $\frac{\partial F}{\partial y} = Q$. Egzakttá tehető, ha van $\mu(x, y)$ multiplikátor (integráló tényező), hogy $P\mu + Q\mu y' = 0$ differenciál egyenlet már egzakt. Tanult esetek:

- ha $\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} = M(x)$, akkor $\mu(x, y) = e^{\int M(x)dx}$.

- ha $\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} = N(y)$, akkor $\mu(x, y) = e^{-\int N(y)dy}$.

Szukcesszív approximáció Az $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$ kezdeti érték probléma analitikusan nem megoldható. $y(x)$ függvényt $y_n(x)$ függvények sorozatával közelítjük.

$y_0(x) = y_0$ és $y_{n+1}(x) = y_0 + \int_{x_0}^x f(x, y_n)dx$.

Euler módszer Az $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$ kezdeti érték probléma analitikusan nem megoldható. Meghatározunk pont párokat, ami rajta vannak (közelítőleg) az $y(x)$ görbén. (x_0, y_0) rajta van a görbén, majd h lépésközzel kiszámíthatunk még pontokat: $x_{n+1} = x_n + h$, $y_{n+1} = y_n + f(x_n, y_n) \cdot h$. Így (x_n, y_n) pontok közelítőleg rajta vannak a görbén.