

1. Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, mely merőleges a(z)
  - a) x-tengelyre, és azt a  $(3, 0, 0)$  metszi;
  - b)  $2x = y, z = 0$  egyenesre, és a  $(1, 1, 1)$  pont rajta van;
  - c) z-tengelyre, és átmegy a  $(0, 1, 2)$ -n;
  - d)  $x = y + z, z = 3y + 2$  egyenesre, és a  $(1, 1, 1)$  rajta van.
2. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a  $(3, -1, 2)$  ponton és párhuzamos a(z)
  - a) x-tengellyel;
  - b)  $x = z, y = 0$  egyenessel;
  - c)  $x = 1 - 2t, y = 2 + 5t, z = -3t$  egyenessel.
3. Határozzuk meg az  $\underline{u} = (3, -2, 1)$  és  $\underline{v} = (-2, 5, 0)$  vektorok által megadott vektorok komponenseit és hosszát:
  - a)  $3\underline{u}$
  - b)  $\frac{3}{5}\underline{u} + \frac{4}{5}\underline{v}$
  - c)  $2\underline{v}$
  - d)  $\underline{u} + \underline{v}$
  - e)  $\underline{u} + 6\underline{v}$
4. Keressük meg a  $\overrightarrow{P_1P_2}$  irányvektorát, és  $P_1P_2$  szakasz felezőpontját!
  - a)  $P_1(-1, 1, 5), P_2(2, 5, 0)$
  - b)  $P_1(3, 4, 5), P_2(2, 3, 4)$
  - c)  $P_1(1, 1, 1), P_2(1, 2, 3)$
5. Határozzuk meg az  $\underline{u} \cdot \underline{v}, |\underline{u}|, |\underline{v}|$  értékeit;  $\underline{u}$  és  $\underline{v}$  szögének koszinuszát és  $\underline{u}$ -nak a  $\underline{v}$  irányú skaláris komponensét.
  - a)  $\underline{u} = 2\underline{i} - 4\underline{j} + \sqrt{5}\underline{k}, \underline{v} = -2\underline{i} + 4\underline{j} - \sqrt{5}\underline{k};$
  - b)  $\underline{u} = 10\underline{i} + 11\underline{j} - 2\underline{k}, \underline{v} = 3\underline{j} + 4\underline{k};$
6. Mutassuk meg, hogy a rombusz átlói merőlegesek egymásra!
7. Mutassuk meg, hogy a  $\underline{v} = a\underline{i} + b\underline{j}$  vektor merőleges az  $ax + by = c$  egyenesre.
8. Számítsuk ki az  $\underline{u} \times \underline{v}$  és a  $\underline{v} \times \underline{u}$  vektorok hosszát, és adjuk meg az irányát is!
  - a)  $\underline{u} = 2\underline{i} - 2\underline{j} + 4\underline{k}, \underline{v} = -\underline{i} + \underline{j} - 2\underline{k};$
  - b)  $\underline{u} = \underline{i} - 4\underline{j} + \underline{k}, \underline{v} = -2\underline{i} + 4\underline{j};$
  - c)  $\underline{u} = 2\underline{i}, \underline{v} = -3\underline{j};$
9. Számítsuk ki a  $P, Q, R$  pontok által meghatározott háromszögek területét, majd adjunk meg egy  $PQR$  síkra merőleges egységvektort.
  - a)  $P(1, 1, 1), Q(2, 1, 3), R(3, -1, 1);$
  - b)  $P(2, -2, 1), Q(3, -1, 2), R(3, -1, 1).$
10. Számítsuk ki az  $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$  vektorok által kifeszített paralelepipedon térfogatát.
  - a)  $\underline{u} = 2\underline{i}, \underline{v} = 2\underline{j}, \underline{w} = 2\underline{k};$
  - b)  $\underline{u} = 2\underline{i} + \underline{j}, \underline{v} = 2\underline{i} - \underline{j} + \underline{k}, \underline{w} = \underline{i} + 2\underline{k}.$
11. Rögzített  $\underline{u}, \underline{v}$  és  $\underline{w}$  vektorokkal fejezzük ki a következőket:
  - a) egy  $\underline{u}$ -ra és  $\underline{v}$ -re ortogonális vektort;
  - b) az  $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$  által kifeszített paralelepipedon térfogatát.
12. Írjuk fel az  $A(1, 1, -1), B(2, 0, 2), C(0, -2, 1)$  pontokon átfektetett sík egyenletét.
13. Keressük meg az  $x = 2t + 1, y = 3t + 2, z = 4t + 3$ , valamint az  $x = s + 2, y = 2s + 4, z = -4s - 1$  egyenesek metszéspontját, majd írjuk fel az egyenesek által meghatározott sík egyenletét!
14. Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, amely átmegy a  $P_0(2, 1, -1)$  ponton és merőleges a  $2x + y - z = 3, x + 2y + z = 2$  síkok metszésvonalára.
15. Határozzuk meg a  $2x - y + z = 5$  és  $3x + y - 2z = 3$  síkok metszeteiként előálló egyenes egyenletét.
16. Határozzuk meg a  $(0, 0, 12)$  pont és az  $x = 4t, y = -t, z = 2t$  egyenes távolságát.
17. Határozzuk meg a  $(0, -1, 0)$  pont és a  $2x + y + 2z = 4$  sík távolságát!
18. Határozzuk meg az  $x = 2t + 1, y = 3t + 2, z = 4t + 3$  és  $x = 1 - s, y = 3 + s, z = 2 + 2s$  egyenesek távolságát.
19. Határozzuk meg az  $x + y = 1$  és a  $2x + y - 2y = 2$  síkok szögét!
20. Határozzuk meg az egyenes és a sík dőléspontját!
  - a)  $x = 1 - t, y = 3t, z = 1 + t; 2x - y + 3z = 6;$
  - b)  $x = 1 + 2t, y = 1 + 5t, z = 3t; x + y + z = 2.$
21. Párhuzamos-e az  $x = 1 - 2t, y = 2 + 5t, z = -3t$  egyenes a  $2x + y - 7 = 8$  síkkal?