

1. Határozzuk meg, ha lehetséges, az  $a$  és  $b$  paramétereket úgy, hogy a következő függvények folytonosak legyenek:
- $f(x) = \{x \sin(x), \text{ ha } x \neq 0 \text{ és } a, \text{ ha } x = 0\}$ ;
  - $f(x) = \left\{\frac{1+x}{1+x^3}, \text{ ha } x \neq -1 \text{ és } a, \text{ ha } x = -1\right\}$ ;
  - $f(x) = \{ax^2 + 1, \text{ ha } x > 0 \text{ és } -x, \text{ ha } x \leq 0\}$ ;
  - $f(x) = \{(x-1)^3, \text{ ha } x \leq 0, ax + b, \text{ ha } 0 < x < 1 \text{ és } \sqrt{x}, \text{ ha } 1 \leq x\}$ .
2. Számoljuk ki a bal és jobb oldali határértékeket a megadott pontokban.
- $f(x) = \{-2x + 3, \text{ ha } x \leq 1 \text{ és } 3x - 5, \text{ ha } 1 < x; \text{ az } x_0 = 1, 2 \text{ pontokban};\}$
  - $f(x) = \frac{x^2-1}{|x-1|}$ ; az  $x_0 = 1, 2$  pontokban.
3. Mely pontban folytonosak a következő függvények:
- $f(x) = \frac{1}{2-x} - 3x$ ;
  - $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x+3}$ ;
  - $f(x) = \frac{\cos(x)}{x}$ ;
  - $f(x) = \sqrt{2x+3}$ .
4. Igazoljuk, hogy a függvénynek a megadott helyen van folytonos kiterjesztése:
- $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}, x = 1$ ;
  - $f(x) = \frac{x^2-2x-3}{2x-6}, x = 3$ ;
  - 1.) b),  $x = -1$ .
5. Határozzuk meg a következő határértékeket:
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2-8x+6}{3-x}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2-8x+6}{3-x}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2-8x+6}{3-x}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-8x+6}{3-x}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+1}{5x+4}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x+1}{3x+9}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2-x+1}{6x^2+3x+2}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+4x-5}{x^2-1}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{10}-1}{x-1}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2-x+1}{6x^2+3x+2}$ .
6. Számítsuk ki a következő függvények határértékeit:
- $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x-2}-2}{x-6}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{\sqrt{6x^2+3+3x}}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x}}{x}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x}-1}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x} + \sqrt{x+\sqrt{x}} - \sqrt{x})$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1})$ .
7. Határozzuk meg a következő határértékeket:
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{x}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\alpha x)}{\sin(\beta x)}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(4x)}{\sin(x)}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(x)}{\sin^2(x)}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{\sin(6x)-\sin(7x)}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(2x)}{x^2}$ .
8. Számítsuk ki az alábbi határértékeket:
- $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^{7x}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{3x}}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x+2}{x-1})^{1+2x}$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x}{2x+1})^x$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{x^2+5x+4}{x^2-3x+7})^x$ ;
  - $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 3 \tan(x))^{ctg(x)}$ ;
9. Adjuk meg az alábbi függvények értelmezési tartományát!
- $f(x) = \sqrt{-(x-5)^2}$
  - $f(x) = \frac{5x-2}{x^2-5x+6}$
  - $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-4}{4x+5}}$
  - $f(x) = \frac{|x|+10}{|x|-10}$
  - $f(x) = \frac{x}{\sin(x)}$
  - $f(x) = \log_2(x^2 - 9)$
  - $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{2-x}$
  - $f(x) = \sqrt{\lg(x^2 - 5x + 7)}$
  - $f(x) = \lg(\sin(x))$
  - $f(x) = \frac{1}{x} + 10^{\arcsin(x)}$
  - $f(x) = \arcsin(\lg(\frac{x}{10}))$
  - $f(x) = \ln \frac{1}{\ln(1-x)+1}$
  - $f(x) = \arccos \frac{2}{x-1}$
  - $f(x) = \arctan(x^2 - 2)$
  - $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{4}}(3x-8)}$
10. Az alábbi függvények közül melyik páros melyik páratlan?
- $f(x) = x^3 + 2x - 1$
  - $f(x) = \frac{x^2}{\sin(x)}$
  - $f(x) = \sin^2(2x) - 2x^4 + 4$
  - $f(x) = \frac{a^x+1}{1-a^x}$
11. Periódikusak-e az alábbi függvények, ha igen, akkor adjuk meg az periódus hosszát!
- $f(x) = \sin(x) + 3 \sin(2x)$
  - $f(x) = \frac{2}{\sin(3x)}, x \neq k\frac{\pi}{2}$
  - $f(x) = \tan(x)$
12. Határozzuk meg az alábbi függvények inverzeit, ha létezik!
- $f(x) = \frac{1}{1-x}$
  - $g(x) = \sqrt{1-x^2}$
  - $h(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$
  - $i(x) = \arccos(1-x)$
  - $j(x) = \frac{x}{1+|x|}$
  - $k(x) = 3 \sinh(2x)$
  - $l(x) = \tan(x)$
  - $m(x) = \tan(x), -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$
  - $n(x) = \frac{1}{3} \arctan(1+x)$
  - $o(x) = -\tanh(x+2) + 3$
  - $p(x) = 2 \arcsin(2x+2)$
  - $q(x) = e^{2x+1}$