

1. Egyszerűsítsük az $((\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times \mathbf{a})(\mathbf{b} + \mathbf{c})$ kifejezést!
2. Tegyük fel, hogy $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$, és $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a} - 2\mathbf{b}|$. Mekkora az \mathbf{a} és \mathbf{b} vektorok szöge?
3. Elő lehet-e állítani minden \mathbb{R}^5 -beli vektort az $(1, -1, 0, 0, 0)$, $(0, 1, -1, 0, 0)$, $(0, 0, 1, -1, 0)$, $(0, 0, 0, 1, -1)$ és $(-1, 0, 0, 0, 1)$ vektorok lineáris kombinációjaként? Mekkora szöveget zárnak be ezek a vektorok egymással?

4. Írjuk át az alábbi egyenesek, illetve síkok egyenlet(rendszer)ét implicitről explicitre vagy fordítva!

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{array}{l} x = 5 \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{array} & \text{b) } \begin{array}{l} x = 1 + s - 2t \\ y = 3s + t \\ z = 5 - s \end{array} & \text{c) } \frac{x-1}{2} = \frac{-y}{3} = 5 - 2z \end{array}$$

5. Adjuk meg

- a) a $(0, 2, 1)$ pontból az $x + y - 3z = 5$ síkra állított merőleges egyenes egyenletrendszerét, és a pont merőleges vetületét a síkra;
- b) a $(2, 1, 0)$, $(1, 1, 1)$ és $(0, 2, -1)$ pontokon átmenő sík egyenletét;
- c) azt a síkot, amely átmegy az $(1, 1, 1)$ ponton, és tartalmazza az $x = 1 - 2t$, $y = t$, $z = 5 + t$ egyenletrendszerű egyenest;
- d) az $x = \frac{y-1}{2} = -z$ és a $2x - 4 = z$, $y = -6$ egyenletrendszerekkel megadott egyenesek normál transzverzálisát (azt az egyenest, amely mindkét egyenest metszi, és merőleges rájuk).

6. Mennyi a távolsága az $(1, 1, 1)$ pontnak az $x = 1 + 2t$, $y = -1 + t$, $z = -t$ egyenestől, és az $y + z = 5$ síktól? Mennyi az egyenesnek a síknak a távolsága?

1. Egyszerűsítsük az $((\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times \mathbf{a})(\mathbf{b} + \mathbf{c})$ kifejezést!

2. Tegyük fel, hogy $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$, és $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a} - 2\mathbf{b}|$. Mekkora az \mathbf{a} és \mathbf{b} vektorok szöge?

3. Elő lehet-e állítani minden \mathbb{R}^5 -beli vektort az $(1, -1, 0, 0, 0)$, $(0, 1, -1, 0, 0)$, $(0, 0, 1, -1, 0)$, $(0, 0, 0, 1, -1)$ és $(-1, 0, 0, 0, 1)$ vektorok lineáris kombinációjaként? Mekkora szöveget zárnak be ezek a vektorok egymással?

4. Írjuk át az alábbi egyenesek, illetve síkok egyenlet(rendszer)ét implicitről explicitre vagy fordítva!

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{array}{l} x = 5 \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{array} & \text{b) } \begin{array}{l} x = 1 + s - 2t \\ y = 3s + t \\ z = 5 - s \end{array} & \text{c) } \frac{x-1}{2} = \frac{-y}{3} = 5 - 2z \end{array}$$

5. Adjuk meg

- a) a $(0, 2, 1)$ pontból az $x + y - 3z = 5$ síkra állított merőleges egyenes egyenletrendszerét, és a pont merőleges vetületét a síkra;
- b) a $(2, 1, 0)$, $(1, 1, 1)$ és $(0, 2, -1)$ pontokon átmenő sík egyenletét;
- c) azt a síkot, amely átmegy az $(1, 1, 1)$ ponton, és tartalmazza az $x = 1 - 2t$, $y = t$, $z = 5 + t$ egyenletrendszerű egyenest;
- d) az $x = \frac{y-1}{2} = -z$ és a $2x - 4 = z$, $y = -6$ egyenletrendszerekkel megadott egyenesek normál transzverzálisát (azt az egyenest, amely mindkét egyenest metszi, és merőleges rájuk).

6. Mennyi a távolsága az $(1, 1, 1)$ pontnak az $x = 1 + 2t$, $y = -1 + t$, $z = -t$ egyenestől, és az $y + z = 5$ síktól? Mennyi az egyenesnek a síknak a távolsága?