

1. Számítsuk ki az alábbi határértékeket!

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2) \sin x + \frac{x}{x^2 + 3}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$

2. Határozzuk meg az alábbi határértékeket, ha léteznek (ha csak egyoldali határérték létezik, akkor azt számítsuk ki)!

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x - 2)^2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{(x - 2)^3}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{(1 - x)^3} + \frac{1}{x - 1}$

3. Bizonyítsuk be definíció alapján, hogy  $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{x} = \sqrt{a}$ , ha  $a > 0$ , és  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$ .

4.  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x - 2} - 2}{x - 6} = ?$

5. Felhasználva a  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  összefüggést, határozzuk meg a következő határértékeket!

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{\sin x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

6. Számítsuk ki a következő limeszeket!

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 2x^2}{8x^3 + 3}$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x - 1}{2x^2 + 5}$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x^4}}{x + \frac{2}{x}}$

d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2x + 3} - x$

7. a) Mutassuk meg, hogy az  $f(x) = \frac{2x^2 + x + 3}{x - 1}$  függvénynek van aszimptotája a  $+\infty$ -ben, azaz van olyan  $g(x) = ax + b$  alakú függvény, amelyre  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - g(x) = 0$ . Nézzük meg a függvényt 1-nél és  $-\infty$ -nél is, és vázoljuk fel a grafikonját!

b) Határozzuk meg a 6.d) feladat eredményének segítségével a  $\sqrt{x^2 + 2x + 3}$  függvény aszimptotáit  $+\infty$ -ben és  $-\infty$ -ben!