

1. Számítsuk ki a következő határozott integrálokat!

$$\text{a) } \int_1^4 \frac{x^2 - x + 2}{x\sqrt{x}} dx \quad \text{b) } \int_0^{\pi/3} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx \quad \text{c) } \int_0^{2\pi} \sin^4 x dx \quad \text{d) } \int_1^4 \frac{1}{(x+3)^3} dx$$

2. Határozzuk meg az alábbi függvények inverzét! Ha a függvény nem invertálható a teljes értelmezési tartományán, akkor keressünk olyan maximális részintervallumot, amelyen már invertálható! Ábrázoljuk a függvényt és az inverzét!

$$\text{a) } f(x) = \frac{x}{x-1} \quad \text{b) } f(x) = x^2 - 6x + 8 \quad \text{c) } f(x) = \sqrt{x-5}$$

3. a) Tegyük fel, hogy g az f függvény inverze, és tudjuk, hogy $f(3) = 1$ és $f'(3) = 5$. Melyik pontjában tudjuk megadni ennek alapján a g függvény deriváltját? Mi ennek a deriváltjának az értéke?

b) Legyen $f(x) = 2x^5 + x^3 + 1$. Bizonyítsuk be, hogy az $f(x)$ függvény invertálható! Ha g az f inverze, határozzuk meg a $g'(4)$ értékét!

4. Számítsuk ki a következő függvények deriváltját!

$$\text{a) } \ln(\cos x) \quad \text{b) } e^{x^2 \ln x} \quad \text{c) } \frac{\cos^5 x \cdot \operatorname{tg} x}{(x^2 + 3)^4} \quad \text{d) } x^{x^2+1}$$

5. Számítsuk ki az alábbi határozatlan integrálokat!

$$\text{a) } \int \frac{x}{x^2+1} dx \quad \text{b) } \int \frac{\ln x^2}{x} dx \quad \text{c) } \int \operatorname{tg} x dx \quad \text{d) } \int \frac{1}{x^2-1} dx \quad \text{e) } \int \frac{1}{\cos x} dx$$