**MAT A1 – 1. ZH. – 2012. március 30.** Név: ____________________ Gyakvez.: ______

**1.** Adva vannak az $\mathbf{a} = (1, 2, 0)$, a $\mathbf{b} = (0, -1, 2)$ és a $\mathbf{c} = (1, 1, 1)$ vektorok. Számítsuk ki az $(\mathbf{a} - \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$, az $\mathbf{a} \times \mathbf{c}$ és az $\mathbf{abc}$ kifejezések értékét! *(3 pont)*

**2.** Tekintsük az $(1, -1, 0, 0, 0)$, $(0, 1, -1, 0, 0)$, $(0, 0, 1, -1, 0)$, $(0, 0, 0, 1, -1)$, $(-1, 0, 0, 0, 1)$ vektorokat! *(5 pont)*

*a)* Elő lehet állítani minden $\mathbf{R}^5$-beli vektort e vektorok lineáris kombinációjaként?

*b)* És akkor, ha az utolsó vektort a $(0, 0, 0, 0, 1)$ vektorra cseréljük?

**3.** Adva van az $x - 1 = 2y$, $y = -z + 1$ egyenletek által meghatározott egyenes. *(4 pont)*

*a)* Írjuk fel az explicit alakját!

*b)* Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, mely átmegy az $(1, -2, 0)$ ponton és merőleges a fenti egyenesre!

**4.** Adva van az $x = 1 + t$, $y = -t$, $z = 3 + t$ egyenletrendszerrel megadott egyenes, és az $x + 2y + z = 5$ egyenletű sík. *(4 pont)*

*a)* Mutassuk meg, hogy párhuzamosak!

*b)* Határozzuk meg a távolságukat!

**5.** Számítsuk ki és adjuk meg az alábbi kifejezések értékét a megadott alakban! *(4 pont)*

*a)* $\dfrac{(1+2i)^4}{i(2-i)}$, algebrai alak,

*b)* $\sqrt[3]{-2-2i}$, trigonometriai alak.

**6.** Határozzuk meg az $\dfrac{x^3+1}{x^2-2x}$ függvény grafikonjának ferde aszimptotáját a $+\infty$-ben! *(5 pont)*

**7.** Számítsuk ki az alábbi deriváltakat! *(4 pont)*

*a)* $\sin \dfrac{\sqrt{x}}{x+1}$,

*b)* $\operatorname{tg}^2 x^3$.

**8.** Írjuk fel a paraméteresen megadott $x = 1 - t^3$, $y = \dfrac{t}{t-2}$ görbe érintőjét a $t = 1$ értékhez tartozó pontban! *(4 pont)*

**9.** Határozzuk meg az $f(x) = (x-1)^3 - 3x$ függvény lokális szélsőértékhelyeit és inflexiós pontjait! *(4 pont)*

**10.** Határozzuk meg az $f(x) = (x-1)^{3/2} + \frac{x}{2}$ függvény abszolút szélsőértékhelyeit a $[0, 2]$ intervallumon! *(5 pont)*

**11.** Az alábbi ábrán a $[0, 5]$ intervallumon értelmezett $f$ függvény deriváltjának grafikonja látható. Rajzoljuk be az $f$ és az $f''$ függvények grafikonját is, ha tudjuk hogy $f(0) = 1$. *(4 pont)*