

1. Alkalmazzuk a L'Hospital-szabályt!

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x-1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{-ax}}{\ln(1+x)}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin(x)}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x e^{x/2}}{e^x + x}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x^2}{\sqrt{x}}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(\sin(x))$

g) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x)}{1 + \ln(\sin(x))}$

h) $\lim_{x \rightarrow 0} \arcsin(x) \operatorname{ctg}(x)$

i) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x$

j) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$

k) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$

l) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \right)^{\sin(x)}$

m) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin(x))^x$

n) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1+x)^{\ln(x)}$

2. Az előadáson vett függvény elemzéseket, illetve amik a jegyzetben szerepelnek nézzük át!

a) Végezzük el a teljes függvény vizsgálatát az $f(x) = x \ln(x)$ függvénynek.

b) Mutassuk meg, hogy minden $x, y > 0$ esetén $\frac{x+y}{2} \ln\left(\frac{x+y}{2}\right) \leq \frac{x \ln(x) + y \ln(y)}{2}$.

c) Végezzük el a teljes függvény vizsgálatot az $f(x) = (1 + 2x^2)e^{-x^2}$ függvénynek.