

1. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} a_n = \frac{3}{4}, \lim_{x \rightarrow -\infty} a_n = \infty$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{11}{4}$
2. Átviteli elv alkalmazása: Mondjuk meg, "hogyan" tart x a 0-hoz, $x_n := \frac{1}{\pi n}!$ Ekkor x_n tart 0-hoz, mégis $f(x_n) = \cos(\pi n) = (-1)^n$ divergál.
3. a) Mint előbb. b) 0
4. a) $\frac{7}{9}$ b) 0 c) $-\frac{1}{3}$
 d) $\frac{5}{7}$ e) $\frac{25}{7}$ f) 0
 g) divergens h) 2 i) 0
5. a) Minden $x_0 \in D(f)$ pontban folytonos $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$, $x = 2$ ponton kell vizsgálni: $\lim_{x \rightarrow 2 \pm} f(x) = \pm \frac{1}{8}$
 b) Lásd zh megoldókulcs.

1. a) $2x + 4 + 0 + -\frac{1}{x^2}$; b) $-2\frac{1}{x^3} + \frac{4x^7 - 7(4x+3)x^6}{x^{14}} + \cos(x)$; c) $e^x + \frac{1}{x} + \ln(10)10^x + \frac{1}{\ln(2)x}$;
 d) $\frac{2(3x-4)-(2x+5)3}{(3x-4)^2}$; e) $-(1+x^2)^{-1} + (1-x)(-1)(1+x^2)^{-2}2x$; f) $\frac{(1-\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}})x-(1+x-\sqrt{x})}{x^2}$;
 g) $-\frac{2x+1}{(x^2+x+1)^2}$; h) $x^3e^x + 3x^2e^x$; i) $(3x^2 - e^{-x})\sin(x) + (x^3 + e^{-x})\cos(x)$.
2. $(fgh)' = ((fg)h)' = (fg)'h + fgh' = f'gh + fg'h + fgh'$.
3. a) $y' = -10 - 3\sin(x)$ b) $y' = -\frac{\cos(x)}{\sin^2(x)} - 2\frac{1}{\sqrt{x}}$ c) $y' = -\frac{\cos(x)}{\sin^2(x)} + \frac{1}{\sin^2(x)}$
 d) $y' = \frac{1}{\cos^2(x)} - 1$ e) $y' = \frac{\cos(x)(\sin(x)-1) - (\sin(x)+1)\cos(x)}{(\sin(x)-1)^2}$ f) $y' = -\frac{\cos^2(x) - \sin^2(x)}{\sin^2(x)\cos^2(x)}$
4. a) $y' = -\frac{x}{y}$ b) $y' = -\frac{2x+2y}{4x+2y}$ c) $y' = 4\frac{x}{y}$ d) $y' = \frac{(y)-y\cos(x)}{\sin(x)+x\sin(y)}$
5. a) $\ln(2)2^{\arctg(x^2)}\frac{2x}{1+x^2}$
 b) $x^x(1 + \frac{\ln(x)}{x}) + x^{x^x}(\frac{x^x}{x} + \ln(x)x^x(1 + \frac{\ln(x)}{x}))$
 c) $\frac{1}{\ln(\ln(x))\ln(x)x}$
 d) $\frac{(4(x+3)^3e^{x^3}\cos(\arctan x) + 3x^2(x+3)^4e^{x^3}\cos(\arctan x) - (x+3)^4e^{x^3}\sin(\arctan x)\frac{1}{1+x^2})\sin^2 x^7 \ln(2x+2)^4}{\sin^4 x^7 \ln^2(2x+2)^4}$
 e) $\frac{(x+3)^4e^{x^3}\cos(\arctan x)(14x^6\sin(x^7)\cos(x^7)\ln(2x+2)^4 + \sin^2 x^7 \frac{2(2x+2)^3}{(2x+2)^4})}{\sin^4 x^7 \ln^2(2x+2)^4}$
 f) $\frac{2(1+x^2)-4x^2}{\cos^2(\frac{2x}{1+x^2})} + \tan(\frac{2x}{1+x^2})\cos(\sqrt{1-x^2})\frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}$ g) $\frac{1}{3}\left(\frac{x^2(x+1)}{(x-2)(x^2+2)}\right)^{-2/3}\left(\frac{(2x(x+1)+x^2)(x-2)(x^2+2)-x^2(x+1)((x^2+2)+(x-2)2x)}{(x-2)^2(x^2+2)^2}\right)$
6. $3\sin^2(x^2e^{-x}\cos(x))(2xe^{-x}\cos(x) - x^2e^{-x}\cos(x) - x^2e^{-x}\sin(x))$
7. $f'(x) = 6x\sin\frac{1}{x} - 3\cos\frac{1}{x}$. Mivel $f(x)$ folytonos 0-ban lehet, hogy van deriváltja is:

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2\sin\frac{1}{x}}{x} = 0$$

1. Érintője $f(x)$ -nek x_0 pontba: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$.
 a) $l(x) = \frac{-1}{2\pi}(x - \pi) = \frac{x}{2\pi} - \frac{\pi}{2}$ b) $l(x) = 19x - 38$ c) $l(x) = x - \pi + 1$
 d) $l(x) = 6 - x$ e) $l(x) = \frac{-1}{2}(x - \pi)$ f) nincs a görbén ilyen pont
2. $b^2 = 4ac$.
3. $l_{1,2}(x) = (4 - \pm\sqrt{3})(x - \pm\sqrt{3}) + 4 \pm \sqrt{3} - 6$ (Másik görbénél a következő két egyenes lesz megoldás
 $l_{1,2}(x) = \frac{1}{\pm\sqrt{3}}(x - \pm 1, 5) + \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$).

4. Határozzuk meg a(z abszolút) szélsőértékeket. (Ha van megadva tartomány, akkor ott.)
- Csak lokális minimum illetve maximum $x = 0$ és $x = 1, 5$ -ben.
 - $x = 0$ -ban abszolút minimum.
 - Nehéz: abszolút maximum $x = 0$
 - (Lok. max. $x = -6$) Lokális max: $x = -5$, Abszolút minimum: $x = 1$, Absz. max $x = 6$.
 - (L. min. $x = 1/2$), Absz. max: $x = 1$
 - (L. min. $x = -1$), Absz. max: $x = 0$

5. 7. gyak 4-es

6. $\min_c \max_{x \in [0,2]} |x^2 - 2x - c|$. A maximum értéke függ, a c előjelétől:

$$c < -1 : \max_{x \in [0,2]} |x^2 - 2x - c| = -c - 1$$

$$-1 \leq c < 0 : \max_{x \in [0,2]} |x^2 - 2x - c| = -c$$

$$c \geq 0 : \max_{x \in [0,2]} |x^2 - 2x - c| = c + 1$$

Tehát minimum $c = 0$ -ban vagy $c = -1$ -ben. Tehát a távolság 1.

7. $b = b/2 + b/2$

8. Az alapjának sugara $r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$

9.

10. $h = \frac{l}{4}$

11.

12. 9.

13. $(-0, 5, 2, 3)$.

A1

9. gyakorlat

2013/2014/2

- | | | | | | |
|----|----------|---------|------|----------|-------------|
| | a) 1 | b) $2a$ | c) 2 | d) $1/2$ | e) ∞ |
| 1. | f) 0 | g) 1 | h) 1 | i) 0 | j) 0 |
| | k) $1/2$ | l) 1 | m) 1 | n) 1 | |