A témához kapcsolódó definíciók és tételek

- Tekintsük a $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ sort és legyen $s_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ az n-edik részletösszeg. Ekkor definíció szerint $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} s_n$. Vagyis ha $\lim\limits_{n\to\infty} s_n = A$, akkor a sor konvergens és $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = A$; ha $\lim\limits_{n\to\infty} s_n = \infty$, akkor a sor divergens és $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \infty$; ha $\lim\limits_{n\to\infty} s_n$ nem létezik, akkor a sor divergens.
- *Geometriai sor*: $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a\cdot q^n = \frac{a}{1-q}$, ha $|q| < 1$ és divergens különben.
- *p-szabály*: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ konvergens, ha $p > 1$ és divergens különben.
- *Lemma*: Ha $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergens, akkor $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$.
- *Def*: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ abszolút konvergens, ha $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n|$ konvergens.
- *Def*: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ feltételesen konvergens, ha konvergens, de nem abszolút konvergens.

Konvergenciakritériumok:

- *Minoráns kritérium*: Ha $0 \le a_n, b_n$ és $\exists N$, hogy $a_n \le b_n$ $\forall n > N$-re, valamint $\sum^{\infty} a_n$ divergens, akkor $\sum^{\infty} b_n$ is divergens.
- *Majoráns kritérium*: Ha $0 \le a_n, b_n$ és $\exists N$, hogy $a_n \le b_n$ $\forall n > N$-re, valamint $\sum^{\infty} b_n$ konvergens, akkor $\sum^{\infty} a_n$ is konvergens.
- *Hányadoskritérium*: Legyen $0 < a_n$ $\forall n \in \mathbf{N}$-re és $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \alpha$. Ha $\alpha < 1$, akkor a $\sum^{\infty} a_n$ sor konvergens. Ha $\alpha > 1$, akkor a $\sum^{\infty} a_n$ sor divergens. Ha $\alpha = 1$, akkor a hányadoskritérium nem alkalmazható.
- *Gyökkritérium*: Legyen $0 < a_n$ $\forall n \in \mathbf{N}$-re és $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \beta$. Ha $\beta < 1$, akkor a $\sum^{\infty} a_n$ sor konvergens. Ha $\beta > 1$, akkor a $\sum^{\infty} a_n$ sor divergens. Ha $\beta = 1$, akkor a gyökkritérium nem alkalmazható.
- *Integrálkritérium*: Legyen $a_n > 0$ $\forall n \in \mathbf{N}$-re, $f(x)$ az $[1,\infty)$ intervallumon értelmezett monoton csökkenő folytonos függvény, amire $f(n) = a_n$. Ekkor $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergens pontosan akkor, ha $\int_1^{\infty} f(x)\mathrm{d}x$ konvergens, azaz véges.
- *Leibniz-kritérium*: Ha a_n váltakozó előjelű tagokból álló sorozat és $|a_n|$ monoton csökkenve tart 0-hoz, akkor a $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ sor konvergens.

- *Def*: Hatványsor konvergenciasugara: $\varrho = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{|b_n|}}$
- *Tétel*: Ha $x_0 - \varrho < x < x_0 + \varrho$, akkor a hatványsor abszolút és egyenletesen konvergens, ha $x < x_0 - \varrho$ vagy $x_0 + \varrho < x$, akkor a hatványsor divergens, az $x = x_0 - \varrho$ és $x = x_0 + \varrho$ pontokban pedig külön meg kell vizsgálni a konvergenciát.
- *Def*: Az $f(x)$ függvény x_0 ponthoz tartozó Taylor-sora: $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n$.
- *Def*: Egy függvény MacLaurin-sora a függvény 0 körüli Taylor-sorát jelenti.