

1. Számítsuk ki a következő összegeket:

a) $\sum_{k=0}^0 -3$

b) $\sum_{k=-3}^1 k^3$

c) $\sum_{k=7}^{20} \pi$

d) $\sum_{k=m}^n c$

e) $\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)$

f) $\sum_{k=2}^{20} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{k-1^2}\right)$

2. Számítsuk ki a következő szorzatokat:

a) $\prod_{k=0}^0 -3$

b) $\prod_{k=0}^5 k$

c) $\prod_{k=-3}^1 k^3$

d) $\prod_{k=7}^{20} \pi$

e) $\prod_{k=m}^n c$

3. Bizonyítsd be a következő azonosságokat:

(a) $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^n)$

(b) $a^{2n-1} + b^{2n-1} = (a + b)(a^{2n-2} - a^{2n-3}b + \dots + ab^{2n-3} + b^{2n-2})$

4. Bizonyítsd be a következő állításokat. Amelyik állítást lehet, írd fel szumma segítségével.

a) $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

b) $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$

c) $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

d) $\sum_{k=1}^n k^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

5. Ha P és S igaz, Q és R pedig hamis logikai értékű ítéletet jelöl, akkor határozd meg a következő összetett formuláknak a logikai értékét.

a) $(P \wedge Q) \wedge R$

b) $(P \wedge Q) \vee R$

c) $(P \vee Q) \vee R$

d) $(Q \wedge P) \vee S$

e) $Q \wedge (P \vee S)$

f) $R \Rightarrow (Q \vee \neg P)$

g) $P \Rightarrow (P \Rightarrow S)$

h) $P \Rightarrow (R \vee S)$

6. Tagadd a következő mondatokat:

(a) Márta nem szőke.

(b) Esik az eső, de meleg van, bár a nap is elbújt, és az idő is későre jár.

(c) Éva vagy Pista ott van.

(d) Ha a hegy nem megy Mohamedhez, Mohamed megy a hegyhez.

(e) Elmegyünk kirándulni, ha nem esik az eső, és a szél sem fúj.