

Kilencedik-tizedik gyakorlat

1. Számítsuk ki a következő egyszerű integrálokat:

a) $\int x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}} + 5 \sin(x) - 2^x dx$ b) $\int \cos(x) - 3\sqrt[3]{x} + \frac{x^2+1}{2x} dx$ c) $\int \frac{4e^{3x}-e^{-x}}{e^{2x}} dx$ d) $\int \tan^2(x) dx$

2. Határozzuk meg a következő függvények integrálját az $y = ax + b$ helyettesítéssel

vagy $\int f(ax + b) dx = \frac{F(ax+b)}{a} + C$ szabállyal.

a) $\int (2x + 9)^7 dx$ b) $\int \frac{1}{\sqrt[5]{3-6x}} dx$ c) $\int \cos(7x + \pi) dx$ d) $\int \frac{dx}{\sin^2(\pi-3x)}$

3. Alkalmazzuk az $\int \frac{f'(x)}{f(x)} = \ln|f(x)| + c$ integrálási szabályt.

a) $\int \frac{2x+3}{x^2+3x+5} dx$ b) $\int \cotan(x) dx$ c) $\int \tan(3x) dx$ d) $\int \frac{e^{2x}}{3+e^{2x}} + \frac{x^3}{x^4+7} dx$ e) $\int \frac{dx}{x \ln(x)}$

4. Alkalmazzuk az $\int f'(x)f^\alpha(x) dx = \frac{f^{\alpha+1}(x)}{\alpha+1} + C$ szabályt. ($\alpha \neq -1$)

a) $\int \sin^4(x) \cos(x) dx$ b) $\int x\sqrt{x^2+1} dx$ c) $\int \frac{\ln(x)}{x} dx$ d) $\int \frac{\sqrt{\tan(x)}}{\cos^2(x)} dx$ e) $\int \frac{e^{-x}}{(3+e^{-x})^6} dx$

5. Parciális integrálással határozzuk meg a következőket:

a) $\int x \sin(2x) dx$ b) $\int \frac{x}{e^{2x}} dx$ c) $\int (x^2 + 3)e^{4x} dx$ d) $\int e^{3x} \cos(2x) dx$
e) $\int \ln(5x) dx$ f) $\int x^2 \ln(x) dx$ g) $\int \sin(3x) \sin(7x) dx$ h) $\int \cos^3(x) \sin^2(x) dx$

6. Parciális törtekre bontással határozzuk meg a következő integrálokat

a) $\int \frac{1}{x^2-4} dx$ b) $\int \frac{dx}{x^2+x-6}$ c) $\int \frac{2x+3}{2x^2+x+3} dx$ d) $\int \frac{dx}{x^4-81}$

7. Oldjuk meg helyettesítéssel a következő integrálokat:

a) $\int \sqrt{1-x^2} dx$ b) $\int \sqrt{a^2-x^2} dx$ c) $\int \sqrt{a^2+x^2} dx$ d) $\int \sqrt{5+3x^2} dx$

8. Számítsuk ki az alábbi határozott integrálokat:

a) $\int_0^1 x dx$ b) $\int_2^3 \ln^2(x) dx$ c) $\int_3^4 \frac{e^{7x+1}}{e^{2x}} dx$ d) $\int_6^7 \frac{dx}{x \ln(x)}$