

Alapfeladatok

1. FELADAT. Írjuk fel az adott P ponton átmenő és az adott iránnyal párhuzamos egyenes paraméteres és paramétermentes egyenletrendszerét!

1.1. Kérdés. $P(1, 2, 3)$, $\mathbf{v} = (2, -1, 4)$.

1.2. Kérdés. $P(-2, 0, 3)$, $\mathbf{v} = (0, 2, 1)$.

1.3. Kérdés. A P pont az origó, az irány az y -tengely.

2. FELADAT. Adott két pont, A és B . Írjuk fel a két ponton átmenő egyenes paraméteres és paramétermentes egyenletrendszerét!

2.1. Kérdés. A két pont: $A(2, -1, 3)$, $B(1, 4, 0)$.

2.2. Kérdés. A két pont: $A(0, 2, 5)$, $B(-2, 2, 1)$.

2.3. Kérdés. A két pont: $A(4, 2, 1)$, $B(6, 2, 1)$.

3. FELADAT. Az alábbi paraméteres egyenletrendszerrel adott egyeneseket adjuk meg paramétermentesen, a paramétermentesen adottakat pedig paraméteresen!

3.1. Kérdés. $x = 1 - t$, $y = 2 + 3t$, $z = -3t$.

3.2. Kérdés. $x = 4$, $y = 2 - 4t$, $z = -3t$.

3.3. Kérdés. $3x = 2 + 7t$, $y = 3$, $z = -1$.

3.4. Kérdés. $2 - 4x = \frac{y+5}{3} = \frac{z}{2}$

3.5. Kérdés. $3x + 6 = y$, $z = 5$.

3.6. Kérdés. $x = 2$, $y = -3$

4. FELADAT. A alábbi paraméteresen, ill. paramétermentesen megadott egyenletrendszerek közül melyek definiálják ugyanazt az egyenest?

4.1. Kérdés.

a)	$x = 1 - 2t$	b)	$x = 1 + 2t$	c)	$x = 3 + 4t$
	$y = 2 + t$		$y = 3 + t$		$y = 1 - 2t$
	$z = 3t$		$z = 1 + 3t$		$z = -3 - 6t$

4.2. Kérdés.

a) $3x - 3 = 2 - y = z$ b) $-3x = y - 5 = -z - 3$ c) $3x = 5 - y = z + 1$

5. FELADAT. Adott egy A pont, és egy \mathbf{n} vektorral egy irány. Írjuk fel az adott ponton átmenő, adott irányra merőleges sík egyenletét!

5.1. Kérdés. $A(-5, 7, 1)$, $\mathbf{n} = (-2, -3, 4)$.

5.2. Kérdés. $A(-5, 7, 1)$, $\mathbf{n}=(-2, 0, 4)$.

5.3. Kérdés. $A(-5, 7, 1)$, $\mathbf{n}=(0, 3, 0)$.

6. FELADAT. Adott egy sík egyenlete $ax + by + cz = d$ alakban. Adjuk meg egy pontját, és egy normálvektorát!

6.1. Kérdés. A sík egyenlete $2x - y + 6z = -17$.

6.2. Kérdés. A sík egyenlete $-x + 5y = 20$.

6.3. Kérdés. A sík egyenlete $x = -3$.

7. FELADAT. Adott három pont, A , B , C . Írjuk fel a három ponton átmenő sík egyenletét.

7.1. Kérdés. A három pont $A(1, 2, 3)$, $B(-1, 0, 1)$, $C(0, 1, 5)$.

7.2. Kérdés. A három pont $A(1, 2, 3)$, $B(-1, 1, 0)$, $C(3, 3, 6)$.

8. FELADAT. Adott két pont, A és B , és egy irány. Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, amelyik átmegy az adott pontokon, és párhuzamos az adott iránnyal.

8.1. Kérdés. Legyen a két pont $A(2, 1, -3)$, $B(-1, 0, 1)$, az irányt pedig a $\mathbf{v} = (3, -2, 0)$ vektor jelöli ki.

8.2. Kérdés. Keressük annak a síknak az egyenletét, amelyik átmegy az $A(1, 2, 3)$ és a $B(-1, 0, 1)$ pontokon, és párhuzamos az $x = 1$, $y = 2 - t$, $z = 4 + t$ egyenessel.

9. FELADAT. Adott egy A pont, és két egyenes. Adjuk meg annak a síknak az egyenletét, amelyik átmegy az A ponton, és párhuzamos a két egyenessel!

9.1. Kérdés. Az adott pont $A(-1, 4, 2)$. Az egyik egyenes: $x = -t$, $y = 5$, $z = 4 + 2t$. A másik egyenes: $x - 3 = (2 - y)/2$, $z = 3$.

10. FELADAT. Adott egy pont és egy egyenes. Adjuk meg az adott ponton átmenő és az adott egyenest tartalmazó sík egyenletét!

10.1. Kérdés. A pont $P(3, -1, 2)$, az egyenes: $x = 1 + t$, $y = 2 - 2t$, $z = 3$.

10.2. Kérdés. A pont $P(2, 0, 3)$, az egyenes: $x = 1 + t$, $y = 2 - 2t$, $z = 3$.

11. FELADAT. Adott egy sík és egy egyenes. Állapítsuk meg, metszik-e egymást, és ha igen, mi a metszéspontjuk!

11.1. Kérdés. A sík $2x - 3y + z = 1$, az egyenes $x = 4 + t$, $y = -2t$, $z = -t$.

11.2. Kérdés. A sík $4x + y - 3z = 2$, az egyenes $x = 2 + t$, $y = 7 - t$, $z = t$.

11.3. Kérdés. A sík $3x - 2y + 5z = 0$, az egyenes $x = 1 + 4t$, $y = -1 + t$, $z = -1 - 2t$.

12. FELADAT. Adott az $S: \mathbf{n}(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0) = 0$ sík, és az \mathbf{a} helyvektorú A pont. Válaszoljuk meg a következő kérdéseket:

12.1. Kérdés. Adjuk meg az A pont merőleges vetületét a síkon!

12.2. Kérdés. Tükrözzük A -t S -re.

12.3. Kérdés. Adjuk meg a pont távolságát a síktól!

13. FELADAT. Adott egy A pont és egy sík. A pont $A(-4, 9, -5)$, a sík $3x - 4y + z = -1$. Válaszoljuk meg a következő kérdéseket:

13.1. Kérdés. Adjuk meg a pont merőleges vetületét a síkon!

13.2. Kérdés. Tükrözzük az A pontot a síkra! Adjuk meg az A' tükörkép koordinátáit!

13.3. Kérdés. Adjuk meg az A pont síktól való távolságát!

14. FELADAT. Adott egy egyenes. Adjuk meg az egyenesnek olyan paraméterezését, ahol a "lépték" egységnyi, azaz, ha a paraméterértéket 1-gyel növeljük, az újabb pont az előzőtől egységnyi távolságban van.

14.1. Kérdés. $x = 1 + 2t$, $y = -2t$, $z = 5 + t$.

15. FELADAT. Ha lehetséges, adjuk meg az egyenesnek olyan paraméterezését, ahol a paraméterérték az x koordináta, majd olyat, ahol a z koordináta!

15.1. Kérdés. $x = 2 - t$, $y = 3t$, $z = -1 + 2t$.

15.2. Kérdés. $x = 2t$, $y = 3 - t$, $z = 2$.

15.3. Kérdés. $x = 1$, $y = 5$, $z = 7 - \frac{5}{17}t$.

16. FELADAT. Adott két sík. Állapítsuk meg, párhuzamosak-e, és ha nem, adjuk meg a metszésegyenesük egyenletrendszerét!

16.1. Kérdés. A két sík egyenlete $x - 2y + z = 2$, $3x + 2y - 3z = 0$.

16.2. Kérdés. A két sík egyenlete $2x + 3y - z = 6$, $4x + y - 2z = 2$.

16.3. Kérdés. A két sík egyenlete $y + 2z = 5$, $2y - 3z = -4$.

17. FELADAT. Adott egy P pont és egy e egyenes, az egyenes: $\mathbf{x} = \mathbf{q} + \mathbf{v}t$. Válaszoljuk meg a következő kérdéseket:

17.1. Kérdés. Adjuk meg a P pont e egyenesre való merőleges vetületének helyvektorát!

17.2. Kérdés. Adjuk meg a P pont e egyenesre vonatkozó tükörképének helyvektorát!

17.3. Kérdés. Adjuk meg a pont és az egyenes távolságát!

18. FELADAT. Adott egy pont és egy egyenes. A pont $P(6, 2, -3)$, az egyenes: $x = 1 - t, y = 1 + t, z = -2 - t$.

18.1. Kérdés. Vetítsük a pontot merőlegesen az egyenesre!

18.2. Kérdés. Adjuk meg P -nek az egyenesre vonatkozó tükörképét!

18.3. Kérdés. Adjuk meg a pont és az egyenes távolságát!

19. FELADAT. Adott egy sík és egy vele nem párhuzamos egyenes. Adjuk meg annak az egyenesnek az egyenletrendszerét, amely átmegy a metszéspontjukon, benne van a síkban és merőleges az egyenesre.

19.1. Kérdés. A sík egyenlete: $2x + y - z = 7$; az egyenes pedig $x = 6 + t, y = 3 + 3t, z = 5 + 2t$.

20. FELADAT. Tekintsünk egy síkot, és egy egyenest. Vetítsük az egyenest merőlegesen a síkra, majd adjuk meg az egyenesnek a síkra vonatkozó tükörképét!

20.1. Kérdés. A sík egyenlete $x + 2y - z = 5$, az egyenes egyenletrendszere $x = 3, y = 2 + t, z = -3 - 3t$.

20.2. Kérdés. A sík egyenlete: $3x - 2y - z = 1$, az egyenes egyenletrendszere $x = 5 + t, y = 1 + t, z = -2 + t$.

20.3. Kérdés. A sík egyenlete $x + 2y - z = 5$, az egyenes egyenletrendszere $x = 3 - 2t, y = -1 - 4t, z = 2t$.

21. FELADAT. Tekintsünk két síkot, S_1 -et és S_2 -t. Tükrözzük S_1 -et S_2 -re!

21.1. Kérdés. Az egyik sík $S_1 : x + y + z = 3$, a másik $S_2 : 2x - y + 2z = 6$.

22. FELADAT. Tekintsünk egy síkot, egy egyenest és egy pontot. Tükrözzük a síkot és az egyenest a pontra.

22.1. Kérdés. A sík: $3x - y - 2z = 2$; az egyenes: $x = 1 - t, y = 2t, z = 4 - t$; a pont: $P(1, 2, 3)$.

23. FELADAT. Adott egy sík, egy egyenes és egy irány. Vetítsük az egyenest a síkra az iránnyal párhuzamosan!

23.1. Kérdés. A sík: $x + y + z = 0$, az egyenes: $x = 3 + 2t, y = 1, z = 2 + 4t$, az irány: $\mathbf{a} = (1, 2, 3)$.

23.2. Kérdés. A sík: $x + y + z = 0$, az egyenes: $x = 3 + t, y = 1, z = 2 - t$, az irány: $\mathbf{a} = (1, 2, 3)$.

23.3. Kérdés. A sík: $x + y + z = 0$, az egyenes: $x = 3 + 2t$, $y = 1$, $z = 2 + 4t$, az irány: $\mathbf{a} = (1, 0, 2)$.

24. FELADAT. Adott két egyenes. Határozzuk meg közös pontjaikat, ha vannak.

24.1. Kérdés. Az egyik egyenes: $x = t$, $y = 5 - 3t$, $z = 1 + 2t$; a másik egyenes: $x = -1 - t$, $y = 4 + t$, $z = 9 + 3t$.

24.2. Kérdés. Az egyik egyenes: $x = 4 + t$, $y = 2t$, $z = -t$; a másik egyenes: $x = 7 - t$, $y = 6 - 2t$, $z = 5 + 2t$.

24.3. Kérdés. Az egyik egyenes: $x = 1 + t$, $y = 2t$, $z = 1 - t$; a másik egyenes: $x = 7 - t$, $y = 6 - 2t$, $z = 5 + 2t$.

24.4. Kérdés. Az egyik egyenes: $x = 2 + t$, $y = 1 - 2t$, $z = t$; a másik egyenes: $x = 3 - t$, $y = 3 - 2t$, $z = 5 + 2t$.

24.5. Kérdés. Az egyik egyenes: $x = 2 + t$, $y = 1 - 2t$, $z = t$; a másik egyenes: $x = 3 - 2t$, $y = 3 + 4t$, $z = 5 - 2t$.

25. FELADAT. Ismert, hogy azon pontok mértani helye, amelyek két síktól egyenlő távolságra vannak, szintén sík. Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, amelynek pontjai két adott síktól egyenlő távolságra vannak!

25.1. Kérdés. A két sík egyenlete: $S_1: 2x - 2y + z = 2$, $S_2: 3y - 4z = 6$.

25.2. Kérdés. A két sík egyenlete: $S_1: 2x - 2y + z = 2$, $S_2: 4x - 4y + 2z = -8$.

26. FELADAT. Tekintsünk egy metsző egyenespárt. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, amelyik átmegy a metszéspontjukon, velük egy síkban van, és a szögüket felezi!

26.1. Kérdés. Az egyenesek egyenletrendszerére $x = 1 + t$, $y = -2t$, $z = 2 + 2t$, ill. $x = 6 - t$, $y = -2$, $z = 4$.

27. FELADAT. Tekintsünk két egyenest, amelyek metszők, vagy párhuzamosak. Adjuk meg azon pontok mértani helyét, amelyek a két egyenestől egyenlő távolságra vannak.

27.1. Kérdés. Az egyenesek: $e_1: x = 1 - t$, $y = 1 + 2t$, $z = 1 - 2t$, ill. $e_2: x = 1 - 2t$, $y = 3t$, $z = -1 - 6t$.

27.2. Kérdés. Az egyenesek: $e_1: x = 1 - t$, $y = 1 + 2t$, $z = 1 - 2t$, ill. $e_2: x = 1 + 2t$, $y = -4t$, $z = -1 + 4t$.

28. FELADAT. Adott egy egyenes és rajta egy pont. Adjuk meg az egyenes azon pontjait, amelyek az adott ponttól adott távolságra vannak!

28.1. Kérdés. Az egyenes egyenletrendszerére: $x = 1 + t$, $y = 3 - 2t$, $z = 5 + 2t$. Az adott pont a $t = 2$ paraméterértékhez tartozik, a távolság pedig legyen 5 egység.

29. FELADAT. Adott egy sík és egy távolság. Adjuk meg azoknak a síkoknak az egyenleteit, amelyek az adott síktól az adott távolságban haladnak!

29.1. Kérdés. A sík egyenlete $x - 2y + 2z = 6$, a távolság pedig 5 egység.