

Kalkulus 1.
Írásbeli vizsgadolgozat II.
2018. 01.08.

Név:
Neptun kód:
Előadó:

1.	2.	3.	4.	5.	Σ :

Tudnivalók:

1. A munkaidő 120 perc.
2. A megoldáshoz segédeszköz nem használható.
3. Csak a kiadott lapokon lehet dolgozni.
4. A sikeres vizsgához az I. és a II. feladatban legalább 3-3 jó választ kell adni és összesen legalább 40 pontot kell elérni.

I. Differenciálszámítás.*(5×5 pont)*Adja meg az alábbi $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvények deriváltját az $x \in \text{Dom } f'$ pontban.

1. $f(x) = \sqrt{\arcsin \frac{1-x^2}{1+x^2}}$

2. $f(x) = \log_3 x \cdot 3^{\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt[3]{x}}}$

3. $f(x) = \left(\frac{\operatorname{ch}^5 x}{\operatorname{ch} x^5} \right)^{\operatorname{ch} 5x}$

4. $f(x) = \sqrt{x \sqrt{x \sqrt{x}}}$

5. $f(x) = \frac{e^{\sin x} \operatorname{arch} x}{\operatorname{tg}(\ln x)}$

II. Integrálszámítás.

(5×5 pont)

Adja meg a határozatlan integrálokat, illetve I_1 és I_2 értékét.

1. $\int \frac{\ln(\cos x)}{\cos^2 x} dx$

2. $\int \frac{x^2}{1-x^4} dx$

3. $\int \frac{1}{1+\operatorname{tg} x} dx$ (Útmutatás: Célszerű a $t = \operatorname{tg} x$ helyettesítés.)

4. $I_1 = \int_0^\pi x \operatorname{sgn}(\cos x) dx$

5. $I_2 = \int_0^{\ln 2} x e^{-x} dx$

III. Határozott integrál alkalmazásai.

(2×8 pont)

1. Határozza meg a értékét úgy, hogy az $y = \operatorname{ch} x$ görbe 0-tól a -ig terjedő ívének hossza 15 egység legyen!

2. Milyen területű részekre bontja az $x^2 + y^2 = 16$ egyenletű kört az $y^2 = 6x$ parabola?

IV. Függvényelemzés.

(18 pont)

Végezzen teljes függvényvizsgálatot az

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto e^{\frac{1}{1-x}}$$

függvényen.

(Teljes függvényvizsgálatnál válaszoljon az alábbi kérdésekre:

hol értelmezett a függvény, mi a határértéke a plusz- és mínusz végtelenben, illetve a $\text{Dom } f$ halmaz határpontjaiban, hol monoton növekvő illetve csökkenő a függvény, hol van lokális szélsőértéke, és a milyen jellegű szélsőérték (maximum, minimum), hol konvex illetve konkáv a függvény, hol van globális minimuma illetve maximuma a függvénynek, mi a függvény értékkészlete, vázolja a függvény menetét.)

V. Vegyes feladatok.

(2×8 pont)

1. Az $y = \sqrt{2+x}$ görbe mely pontja van legközelebb a $P(-1, 0)$ ponthoz?

2. Számolja ki az alábbi határértéket!

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \cos t^2 dt}{x}$$