

Minimum követelmény Kalkulus 2 tárgyból

2021/22 tanév, 2. félév

1. Metrika és topológia \mathbb{R}^n -en

Távolság, környezet, halmaz belső, külső, határ, torlódási és izolált pontja. Pontsorozatok konvergenciája, torlódási pontja, korlátossága. Bolzano-Weierstrass tétel. Halmazok nyíltsága, zártsága, korlátossága. Összefüggő és ívszerűen összefüggő halmazok. Kompakt halmazok, Borel-tétel.

2. Többváltozós függvények

Többváltozós függvények határértéke, folytonossága, egyenletes folytonossága. Parciális deriváltak. Többváltozós függvények deriváltja, iránymenti deriváltja. Érintősík és gradiens. Magasabbrendű deriváltak. Young-tétel.

3. Többváltozós függvények szélsőértéke

Lokális és abszolút szélsőérték. Lokális szélsőérték létezésének szükséges és elégséges feltétele. Hesse-mátrix. Kvadratikus alak pozitív, negatív definitisége, pozitív, negatív szemidefinitisége.

4. Többváltozós függvények integrálása

Halmazok Jordan-mértéke, Jordan értelemben nullmértékű halmaz. Kettős- és hármasintegrál. Fubini-tétel téglán. Normáltartomány. Fubini-tétel normáltartományon. Polár-, henger-, gömbi-transzformáció.

5. $\mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^q$ függvények

$\mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^q$ függvények folytonossága, differenciálhatósága. Jacobi-mátrix. A deriváltmátrix invariánsai (rotáció, divergencia). A nabla szimbólum.

6. Vektor-vektor függvények integrálása

Rektifikálható görbék, ívhossz. Vektor-vektor függvények vonalintegrálja. Potenciálfüggvény, a vonalintegrál függetlensége az úttól. A potenciálfüggvény létezésének elégséges feltétele. Felületek értelmezése és irányítása. A felszín kiszámítása. Vektor-vektor függvények felületi integrálja, fluxus. Green-, Stokes-, Gauss-Osztrogradszkij tétel.

7. Függvénysorozatok és függvénysorok

Függvénysorozatok pontonkénti és egyenletes konvergenciája. Az egyenletes konvergenciára vonatkozó Cauchy-kritérium. Az egyenletes konvergencia következményei (folytonos függvények egyenletes limesze folytonos, a limeszképzés felcserélhetősége az integrálással, illetve a deriválással). Függvénysorok pontonkénti és egyenletes konvergenciája. Weierstrass-kritérium. Egyenletes konvergencia következményei (a szumma felcserélhetősége az integrálással illetve a deriválással)

8. Hatványsorok

Hatványsorok konvergenciatartománya, konvergenciasugár. Hatványsor tagonkénti integrálása, deriválása. Analitikus függvények, hatványsoruk egyértelműsége, Taylor-sor. Nevezetes Taylor-sorok ($\sin x$, $\cos x$, e^x).

9. Fourier-sorok

Trigonometrikus sorok és Fourier-sorok. Dirichlet-féle magfüggvény és integrál. Fourier-sor pontonkénti és egyenletes konvergenciájának elégséges feltétele. Parseval-formula. Riemann-lemma.