

Midterm Exam - December 1, 2017, Stochastic Processes

Family name \_\_\_\_\_ Given name \_\_\_\_\_

Signature \_\_\_\_\_ Neptun Code \_\_\_\_\_

No calculators or electronic devices are allowed. One formula sheet with 15 formulas is allowed.

**In English:**

1. Cars arrive at a gas station according to a Poisson point process. The average waiting time between two consecutive arrivals is 2 minutes. One third of these cars are Jeeps, two third of them are SUV's. Jeeps are diesel-powered, while half of the SUV's are diesel-powered, half of them are gasoline-powered.
  - (a) Given that 12 cars arrived between 10.15 and 10.35, what is the expectation and variance of the number of cars that arrive between 10.25 and 10.55?
  - (b) Given that 6 cars bought diesel between 11.15 and 11.35, what is the probability that at least two of them were Jeeps?
  - (c) I start observing the cars at 11.50. What is the expected number of SUV arrivals before the first Jeep arrival?
2. There are two tennis courts. Pairs of tennis players arrive according to a Poisson point process at rate 2 per hour and play for an exponentially distributed amount of time with mean  $1/2$  hours. If there is already one pair of players waiting for a court to become available then new arrivals will leave. If currently both courts are occupied but there are no players waiting, what is the expected time until both courts become empty?

**Magyarul:**

1. Az autók egy Poisson pontfolyamat szerint érkeznek egy benzinkúthoz. Az átlagos várakozási idő két tankoló autó érkezése közt 2 perc. A kocsik egyharmada Trabant, kétharmada Zsiguli. A Trabantok dízelolajjal működnek, míg a Zsigulik fele dízelolajjal, fele benzinnel működik.
  - (a) Feltéve, hogy 12 autó érkezett 10.15 és 10.35 közt, mi a várható értéke és a szórása azon autók számának, amik 10.25 és 10.55 közt érkeztek?
  - (b) Feltéve, hogy 6 kocsi tankolt dízelolajat 11.15 és 11.35 közt, mi a valószínűsége annak, hogy legalább kettő Trabant közülük?
  - (c) 11.50-kor kezdem figyelni az autókat. Várhatóan hány Zsiguli érkezik az első Trabant érkezéséig?
2. Van két teniszpálya. A teniszezők párosával érkeznek egy Poisson pontfolyamat szerint, óránként átlagosan 2 pár érkezik. Egy pár exponenciális eloszlású ideig játszik, átlagosan fél óráig. Ha már egy pár arra vár, hogy egy pálya felszabaduljon, akkor az újabb érkezők azonnal tovább állnak. Ha pillanatnyilag mindkét pálya foglalt, de nem várakozik senki, akkor várhatóan mennyi idő múlva lesz mindkét pálya egyszerre szabad?