

Midterm Exam - December 7, 2017, Stochastic Processes

Family name _____ Given name _____

Signature _____ Neptun Code _____

No calculators or electronic devices are allowed. One formula sheet with 15 formulas is allowed.

In English:

1. I have three children. A child is healthy for a time interval with exponential distribution (expected length of healthy time interval is two weeks), then becomes sick and recovers after an exponentially distributed time interval (expected length of sick time interval is one week), then the cycle starts all over again. Let us assume that the children don't contaminate each other, so their health processes are independent. Currently all three of my children are sick. What is the probability that two weeks from now exactly one child will be sick?
2. I go fishing. There are three types of fish in the lake: carp, eel and catfish. The expected time between two fish catches is 30 minutes. Half of the fish are carp, one third of the fish are eel and one sixth of the fish are catfish. A carp weighs 0.5 kilograms, an eel weighs 1 kilogram, a catfish weighs 2 kilograms.
 - (a) What is the expected value and variance of the mass of fish that I catch in the first two hours?
 - (b) I caught three fish in the first two hours of fishing. What is the expected time of the first catch?
 - (c) I caught three fish in the first two hours of fishing. What is the expected time of the fifth catch?

Magyarul:

1. Három gyerekem van. Egy gyerek exponenciális eloszlású ideig egészséges (egy egészséges periódus várható hossza két hét), majd megbetegszik, és exponenciális eloszlású idő után meggyógyul (egy beteg periódus várható hossza egy hét), és ezek után a ciklus újra kezdődik. Tegyük fel, hogy a gyerekek nem fertőzik meg egymást, azaz hogy az egészségügyi folyamataik függetlenek. Pillanatnyilag mindhárom gyerekem beteg. Mekkora valószínűséggel lesz két hét múlva pontosan egy gyerekem beteg?
2. Horgászni megyek. Háromféle hal él a tóban: ponty, angolna és harcsa. Két kapás közt várhatóan fél óra telik el. A halak fele ponty, harmada angolna és egyhatoda harcsa. Egy ponty fél kilós, egy angolna egy kilós, egy harcsa két kilós.
 - (a) Mi a várható értéke és a szórásnégyzete az első két óra alatt fogott halak össztömegének?
 - (b) Három halat fogtam az első két óra alatt. Mi a legelső kapás időpontjának várható értéke?
 - (c) Három halat fogtam az első két óra alatt. Mi az ötödik kapás időpontjának várható értéke?