VSZ1 ZH2 PÓT | 2025.12.12.

① $T_i \sim N(313, 20^2)$, $i = 1,2,\dots$

$S_i \sim N(322, 15^2)$, $i = 1,2,\dots$

$$\bar{T}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} T_i, \quad \bar{S}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} S_i$$

$\bar{T}_n \sim N\left(313, \frac{20^2}{n}\right)$, $\bar{S}_n \sim N\left(322, \frac{15^2}{n}\right)$

$P(\bar{T}_n > \bar{S}_n) = $ (?) $\bar{T}_n - \bar{S}_n =: D_n$

$D_n \sim N\left(-9, \frac{20^2+15^2}{n}\right) \sim N\left(-9, \frac{25^2}{n}\right)$

$$(?) = P(D_n > 0) = P\left(\frac{D_n + 9}{25}\cdot\sqrt{n} > \frac{9}{25}\cdot\sqrt{n}\right)$$

$$= 1 - \Phi\left(\frac{9}{25}\cdot\sqrt{n}\right) \overset{\text{KELL}}{<} 0.1$$

KELL: $\Phi\left(\frac{9}{25}\cdot\sqrt{n}\right) > 0.9$

TÁBLÁZAT: $\Phi^{-1}(0.9015) = 1.29$

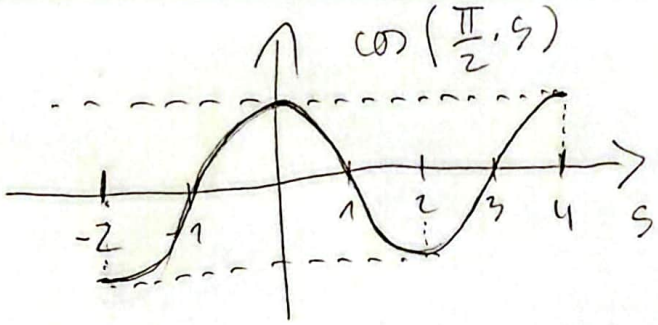
KELL: $\frac{9}{25}\cdot\sqrt{n} > 1.29$ KELL: $n > \left(1.29\cdot\frac{25}{9}\right)^2$

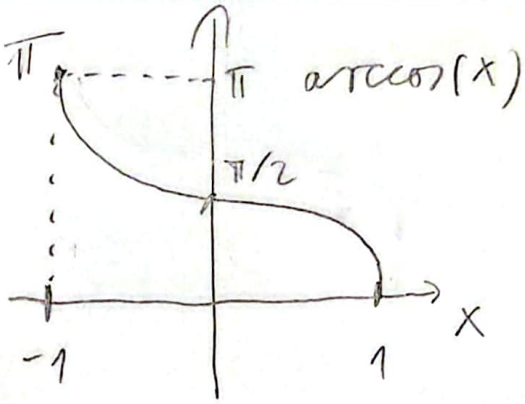
KELL: $n > 12.84$ $\boxed{n = 13}$

1. OLDAL

CamScannerrel szkennelve

(2)





a)

$\xi \sim UNI[-2,4]$ $\quad \xi^* \sim UNI[0,2]$

$X := \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \xi\right)$ $\quad X^* := \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \xi^*\right)$

$$F(x) = P(X < x) \overset{\text{SZIMMETRIA}}{=\!=} P(X^* < x) =$$

$$= P\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \xi^*\right) < x\right) = \begin{cases} 0, \text{ HA } x < -1 \\ \text{(★)}, \text{ HA } x \in [-1,1] \\ 1, \text{ HA } x > 1 \end{cases}$$

$$\text{(★)} = P\left(\frac{\pi}{2} \cdot \xi^* > \arccos(x)\right) = P\left(\xi^* > \frac{2\arccos(x)}{\pi}\right)$$

$$= 1 - P\left(\xi^* \le \frac{2\arccos(x)}{\pi}\right) = 1 - \frac{\arccos(x)}{\pi}$$

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, \text{ HA } x \notin (-1,1) \\ \text{(☺)}, \text{ HA } x \in (-1,1) \end{cases}$$

$$\text{(☺)} = -\frac{1}{\pi} \cdot \arccos'(x) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

b) $\{X > 0\} = \{\xi \in [-1,1] \cup [3,4]\}$

$$P(\xi < 0 \mid X > 0) = \frac{P(\xi \in [-1,0])}{P(X > 0)} = \frac{1/6}{3/6} = \frac{1}{3}$$

2,0LDAC

CamScannerrel szkennelve

(3) KÉTFÉLEKÉPP LEHETETT ÉRTELMEZNI A FELADATOT (EZÉRT ELNÉZÉST KÉRÜNK)

1. ÉRTELMEZÉS:

X = JÓ PASSZ FUTAMOK SZÁMA

$X = \sum_{i=3}^{10} \mathbb{I}[J_i]$ AHOL

J_i := { JÓ PASSZ FUTAM ÉR VÉGET AZ i-EDIK ZH MEGÍRÁSÁVAL }

EKKOR $i = 3, 4, \dots, 9$ ESETÉN: $J_i = A_i^C \cap A_{i-1} \cap A_{i-2}$

(AHOL A_i = { i-EDIK ZH-N ÁTMENT })

VISZONT $i = 10$ ESETÉN $J_{10} = A_{10} \cap A_9$

$$\mathbb{E}(X) = \sum_{i=3}^{10} \mathbb{P}(J_i) = 7 \cdot (0.4) \cdot (0.6)^2 + (0.6)^2$$

$$= 1.368$$

---

2. ÉRTELMEZÉS: X = JÓ PASSZOS NAPOK SZÁMA

$$X = \sum_{i=2}^{10} \mathbb{I}[A_i \cap A_{i-1}]$$, EKKOR

$$\mathbb{E}(X) = \sum_{i=2}^{10} \mathbb{P}(A_i \cap A_{i-1}) = 9 \cdot (0.6)^2 = 3.24$$

A SZÓRÁST CSAK A 2. ÉRTELMEZÉS ESETÉN ÍRJUK LE.

CamScannerrel szkennelve

$$\mathrm{Var}(X) = \sum_{i,j=2}^{10} \mathrm{Cov}\left(\mathbb{I}[A_i \cap A_{i-1}], \mathbb{I}[A_j \cap A_{j-1}]\right)$$

$$= \text{☺}$$

$i = j$: $\mathrm{Cov}\left(\mathbb{I}[A_i \cap A_{i-1}], \mathbb{I}[A_i \cap A_{i-1}]\right) =$

$$= \mathrm{Var}\left(\mathbb{I}[A_i \cap A_{i-1}]\right) = (0.6)^2 \cdot \left(1 - (0.6)^2\right) = a$$

$|i - j| = 1$: TFH: $j = i - 1$

$$\mathrm{Cov}\left(\mathbb{I}[A_i \cap A_{i-1}], \mathbb{I}[A_{i-1} \cap A_{i-2}]\right) =$$

$$\underbrace{P(A_i \cap A_{i-1} \cap A_{i-2})}_{(0.6)^3} - \left((0.6)^2\right)^2 = b$$

$|i - j| \geq 2$: $\mathrm{Cov}\left(\mathbb{I}[A_i \cap A_{i-1}], \mathbb{I}[A_j \cap A_{j-1}]\right) =$

$$= 0 \quad \text{(FÜGGETLENSÉG MIATT)}$$

$$\text{☺} = 9 \cdot a + 2 \cdot 8 \cdot b = 3.456$$

$$D(X) = \sqrt{\mathrm{Var}(X)} = 1.859$$

EZ X SZÓRÁSA A 2. ÉRTELMEZÉS ESETÉN.

4. OLDAL

CamScannerrel szkennelve