VSZ1 1.ZH | 2025.10.30. | A CSOPORT

① X := EGY ZSÁKBAN LEVŐ KUKACOS ALMÁK SZÁMA

K := ANNYI RÁSZORULÓ KAPOTT ZSÁKOT

$X \sim Poi(\lambda)$ A BINOMIÁLIS E.O. POI. KÖZELÍTÉSE MIATT: n ALMA EGY ZSÁKBAN, EGY ALMA p VAL.SÉGGEL KUKACOS, ALMÁK EGYMÁSTÓL FÜGGETLENÜL KUKACOSAK, $n \gg 1$, $p \ll 1$, $\lambda = n \cdot p \approx 1$

M_1 := VÁRHATÓAN HÁNY RÁSZ. KAPOTT 1 KUK. ALM.

M_2 := - " - - " - - " - 2 - " -

$$M_1 = K \cdot P(X=1) = K \cdot e^{-\lambda} \cdot \lambda$$

$$M_2 = K \cdot P(X=2) = K \cdot e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^2}{2}$$

$M_1 \approx 240$, $M_2 \approx 150$

BERNOULLI-FÉLE NAGY SZÁMOK TÖRV.

$$\frac{150}{240} = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{5}{4}$$

$$240 = K \cdot e^{-5/4} \cdot \frac{5}{4} \Rightarrow K \approx 670$$

KB ENNYI RÁSZORULÓ KAPOTT ALMÁS-ZSÁKOT

CamScannerrel szkennelve

(2)

a) $X \sim NEGBIN(2, \frac{1}{3})$ $\quad \eta \sim BIN(4, \frac{1}{3})$

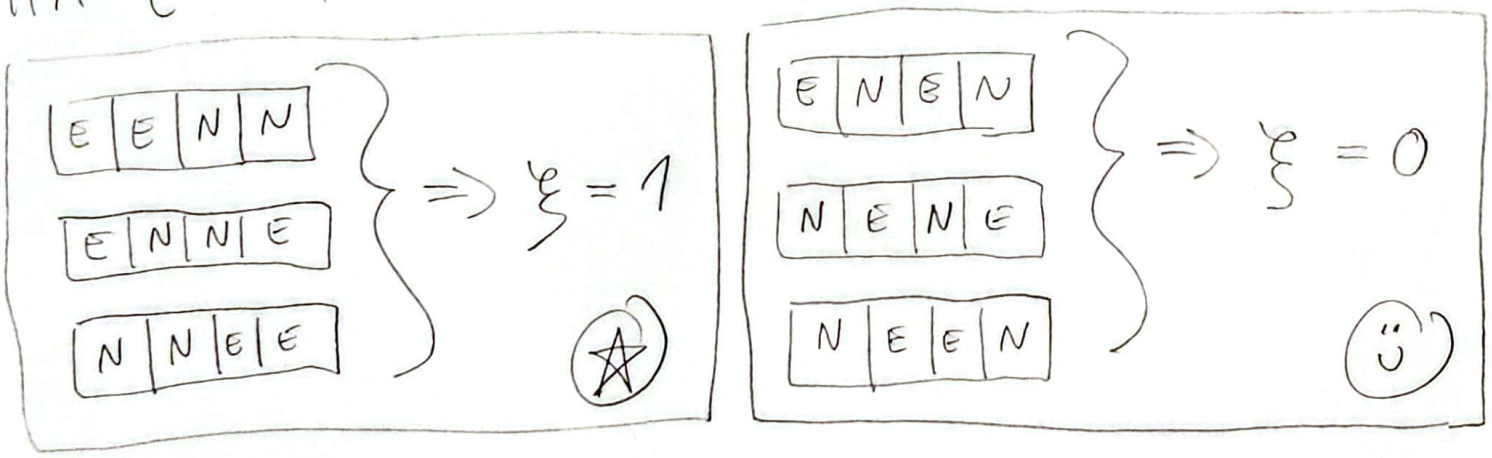
$\mathbb{E}(X) = 2 \cdot (\frac{1}{3})^{-1} = 6$ $\quad \mathbb{E}(\eta) = 4 \cdot \frac{1}{3}$

---

b) HA $\eta = 0$ VAGY $\eta = 1$, AKKOR $\xi \neq 0$

HA $\eta = 3$ VAGY $\eta = 4$, AKKOR $\xi = 0$

HA $\eta = 2$, AKKOR 6 ESET VAN:



IGY $P(\xi = 0) =$

$P(\eta = 3) + P(\eta = 4) + P(\ddot{\smile}) = \frac{7}{27} = 0,\overline{259}$

$4 \cdot (\frac{1}{3})^3 \cdot \frac{2}{3}$ $\quad (\frac{1}{3})^4$ $\quad 3 \cdot (\frac{1}{3})^2 \cdot (\frac{2}{3})^2$

---

c) $P(\xi = 2) = P(\eta = 0) = (\frac{2}{3})^4 = \frac{16}{81}$

$P(\xi = 1) = P(\eta = 1) + P(\text{★}) = 4 \cdot \frac{1}{3} \cdot (\frac{2}{3})^3 + 3 \cdot (\frac{1}{3})^2 \cdot (\frac{2}{3})^2$

$= \frac{44}{81}$

$P(\xi = 0) = \frac{7}{27}$ LAPOZZ

2,0L DAC

CamScannerrel szkennelve

$$\mathbb{E}(\xi) = \sum_{k=0}^{2} k \cdot \mathbb{P}(\xi = k) =$$

$$= \frac{7}{27} \cdot 0 + \frac{44}{81} \cdot 1 + \frac{16}{81} \cdot 2 = \frac{76}{81} \approx 0.938$$

BÓNUSZ:

X_1 = ELSŐ ESŐS NAP

X_2 = ELSŐ ESŐS NAP UTÁN HÁNY NAPPAL ESIK MÁSODSZORRA

$Y := X_1 + X_2$ = MÁSODIK ESŐS NAP

$$\mathbb{P}(X_1 \text{ SZOMBAT}) = \left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \frac{1}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^{5+7} \cdot \frac{1}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^{5+2\cdot 7} \cdot \frac{1}{3} + \ldots =$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1-\left(\frac{2}{3}\right)^7} = P_{Sz}$$

$$\mathbb{P}(X_1 \text{ VASÁRNAP}) = \left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1-\left(\frac{2}{3}\right)^7} = P_V$$

$\mathbb{P}(X_1$ HÉTVÉGE ÉS Y HÉTVÉGE$) =$

$P_{Sz} \cdot \mathbb{P}(Y$ HÉTVÉGE $| X_1$ SZOMBAT$) + P_V \cdot \mathbb{P}(Y$ HÉTVÉGE $| X_1$ VASÁRNAP$)$

$$= P_{Sz} \cdot \left(\left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1-\left(\frac{2}{3}\right)^7} + \left(\frac{2}{3}\right)^7 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1-\left(\frac{2}{3}\right)^7} \right) +$$

$$P_V \cdot \left(\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1-\left(\frac{2}{3}\right)^7} + \left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1-\left(\frac{2}{3}\right)^7} \right) = 0.00463$$

3. OLDAL

CamScannerrel szkennelve