VALÓSZINŰSÉGSZÁMITÁS 2

2. Zárthelyi dolgozat

2008. május 9.

1. Legyenek Legyenek X_1,X_2, ..., X_n független EXP(λ_1), EXP(λ_2), ...EXP(λ_n) eloszlású valószínűségi változók.
   (a) (3 pont) Meghatározandó a $Y_2 = \min\{X_1, X_2\}$ valószínűségi változó $M_2(t)$ momentum generáló függvénye, várható értéke és szórása.
   (b) (1 pont) A független változó milyen értékeire létezik az $M_2(t)$ momentum generáló függvény?
   (c) (3 pont) Meghatározandó az $Y_n = \min\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ valószínűségi változó $M_n(t)$ momentum generáló függvénye, várható értéke és szórása.

2. Majonéziában 1 millió család él, pontosabban a majonéz családok száma ν valószínűségi változó, amelynek várható értéke 1 millió, továbbá szórásnégyzete s^2 és generátorfüggvénye $P(z)$. A családokban a gyerekek számai egymástól független, azonos eloszlású valószínűségi változók, eloszlásuk GEO($\frac{1}{2}$). Mi az összes majonéziai gyerek számának
   (a) (2 pont) generátorfüggvénye;
   (b) (1 pont) momentum generáló függvénye;
   (c) (1 pont) karakterisztikus függvénye;
   (d) (2 pont) várható értéke;
   (e) (4 pont) szórásnégyzete?

3. Az X valószínűségi változó momentum generáló függvénye $M_X(t) = e^{3e^t-3}$, az Y valószínűségi változóé $M_Y(t) = \frac{e^t}{2-e^t}$. Feltéve, hogy X és Y függetlenek, mennyi
   (a) (2 pont) az $X + Y$ valószínűségi változó momentum generáló függvénye;
   (b) (2 pont) $\mathbb{P}(X + Y = 3)$;
   (c) (2 pont) $\mathbb{P}(XY = 2)$;
   (d) (2 pont) $\mathbb{E}(X^2Y)$.