

## Differenciálegyenletek 1. házi feladat

**Beadási határidő:** személyesen 2018. 10. 04-én az előadáson vagy emailben 2018. 10. 04. 23:59-ig a szokemarton3@gmail.com címre.

**1. feladat** Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet, ahol  $x > 0$ , majd adjuk meg az  $y(\pi) = 0$  kezdetiértékhez tartozó megoldást is!

$$xy' = \cos x - 2y$$

**2. feladat** Határozzuk meg az  $y - 1 = cx^3$  görbesereg ortogonális trajektóriáit ( $c$  tetszőleges konstans)! Vázoljuk mindkét görbecsaládot!

**3. feladat** Oldjuk meg a  $y' = \frac{2x+y}{y-x}$  differenciálegyenletet, ahol  $x > 0$ !

**4. feladat** Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet!

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{y^3}{x^4} + y}{\frac{y^2}{x^3} - x}$$

**5. feladat** Adjuk meg az alábbi kezdetiérték-probléma megoldásának közelítését az Euler-módszer segítségével, amelyben az osztópontok távolsága  $dx = 0.5$ . Az osztópontok között legalább öt intervallumon végezzük el a közelítést! Ellenőrzésképpen oldjuk meg a kezdetiérték-problémát is!

$$y' = (y^2 + 1)x$$

$$y(-1) = 1$$

**6. feladat** Adjuk meg az alábbi kezdetiérték-problémának a Picard-féle szukcesszív approximáció első négy közelítését! Oldjuk is meg a problémát!

$$y' = y(2 + x^2)$$

$$y(0) = 1$$

**7. feladat** Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet, majd ellenőrizzük le, hogy a kapott általános megoldás tényleg megoldja az egyenletet!

$$5(1 + x^2)y' = 2xy + \frac{(1 + x^2)^2}{y^4}$$

**8. feladat** Tekintsük az  $y' = y^2 - y - 6$  differenciálegyenletet. Határozzuk meg az egyensúlyi helyzeteket, és ezek típusát, illetve az inflexiós pontokat! Rajzoljuk le a fázisegyenest, és néhány jellemző integrálgörbét! Adjuk meg az analitikus megoldást is!

**9. feladat** Adjuk meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y'' - 4y' - 12y = 2e^{-2x} - 13e^x \cos x + 36x$$

**10. feladat** Keressük meg az  $y'' - y + 2e^{-x} = 0$  differenciálegyenlet  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$  kezdetiértékekhez tartozó megoldását Newton-módszerrel!