

Differenciálegyenletek 2. házi feladat

Beadási határidő: személyesen 2017. 11. 23-án az előadáson vagy emailben 2017. 11. 24. 23:59-ig a szokemarton3@gmail.com címre.

1. feladat Oldjuk meg az alábbi kezdetiérték-problémát a hiányos egyenletekre tanult módszerrel!

$$y'' + 4y' - 5e^x = 0$$

$$y(0) = 0$$

$$y'(0) = 9$$

2. feladat Adjuk meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását!

$$xy'' - (2x + 1)y' + (x + 1)y = 4e^{2x}x^2$$

Segítség: Sejtsük meg a homogén rész egy megoldását!

3. feladat Oldjuk meg az alábbi kezdetiérték-problémát!

$$x^2y'' - 2xy' + 2y = 2 + x$$

$$y(1) = 1$$

$$y'(1) = -1$$

4. feladat Adjuk meg az alábbi differenciálegyenlet-rendszer általános megoldását a = -1, 0, +1 és +9 esetekben, és rajzoljuk le valamelyik 3 esetben a fázisképeket! Milyen típusúak az egyensúlyi helyzetek?

$$\dot{x} = -2x + ay + 2$$

$$\dot{y} = x - 2y - 1$$

5. feladat Mi az alábbi differenciálegyenlet-rendszer általános megoldása?

$$\dot{x} = x + 2y + 3z$$

$$\dot{y} = y + 2z$$

$$\dot{z} = -2y + z$$

6. feladat Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenlet-rendszert, annak a segítségével, hogy átírjuk másodrendűvé!

$$\dot{x} = -5x + y + e^{2t}$$

$$\dot{y} = x - 3y$$

7. feladat Adjuk meg a legalacsonyabb rendű valós állandó együtthatós homogén lineáris differenciálegyenletet, amelynek megoldása $y = \sinh^2 x + xe^{2x} + \sin x$!

8. feladat Írjuk fel, és oldjuk meg a alábbi kezdetiérték-problémához tartozó variációs rendszert!

$$\begin{aligned}\dot{x} &= e^y - 1 \\ \dot{y} &= 2x \\ x_0 &= x(0) = 0 \\ y_0 &= y(0) = 0\end{aligned}$$

9. feladat Ábrázoljuk a következő differenciálegyenlet-rendszer fázisképét!

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -x - y + (x - y)(x^2 + y^2) \\ \dot{y} &= x - y + (x + y)(x^2 + y^2)\end{aligned}$$

Segítség: Térjünk át polárkoordinátákra, majd a polárkoordinátákkal kapott egyenletek $\cos \varphi$ és $\sin \varphi$ -szereseit adjuk össze, illetve vonjuk ki egymásból, így kapunk két egyenletet: \dot{r} -re és $\dot{\varphi}$ -re.

10. feladat Vizsgáljuk meg az alábbi egyenletrendszer Ljapunov stabilitását!

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -x + 3y + 2z \\ \dot{y} &= -2x - y + 2z \\ \dot{z} &= -2x + y - z\end{aligned}$$