

## Differenciálegyenletek 2. házi feladat

**Beadási határidő:** személyesen 2018. 11. 15-én az előadáson vagy emailben 2018. 11. 15. 23:59-ig a szokemarton3@gmail.com címre.

**1. feladat** Keressük meg az  $y'' - y' - 12y = 2 + e^{2x}$  differenciálegyenlet megoldását Laplace-transzformáció segítségével az  $y(0) = 1$  és  $y'(0) = 2$  kezdetiértékek mellett!

**2. feladat** Oldjuk meg az alábbi kezdetiérték-problémát!

$$y'' + 2x(y')^2 = 0$$

$$y(0) = 1$$

$$y'(0) = 4$$

**3. feladat** Oldjuk meg az alábbi kezdetiérték-problémát!

$$(1 - x)y'' + xy' - y = 0$$

$$y(0) = 2$$

$$y'(0) = -1$$

Segítség: Sejtsük meg az egyenlet egy megoldását!

**4. feladat** Keressük meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y'' - \frac{y'}{x} - 3\frac{y}{x^2} = 1 + \frac{1}{x}$$

**5. feladat** Adjuk meg a legalacsonyabb rendű valós állandó együtthatós homogén lineáris differenciálegyenletet, amelynek egy megoldása  $y = 2 \cosh x + 3xe^{-2x} \sin x$ !

**6. feladat** Keressük meg az alábbi differenciálegyenlet-rendszer általános megoldását az állandók variálásával!

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e^{-2t} \\ -2e^t \end{pmatrix}$$

**7. feladat** Adjuk meg az alábbi differenciálegyenlet-rendszer általános megoldását az  $a = -4; 0; +0,25; +4$  esetekben, és rajzoljuk le valamelyik 3 esetben a fázisképeket! Milyen típusúak az egyensúlyi helyzetek?

$$\dot{x} = -x + ay + 1$$

$$\dot{y} = x - y - 1$$

**8. feladat** Keressük meg az alábbi differenciálegyenlet-rendszer egyensúlyi helyzetzeit, és vázoljuk a fázisképet!

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 2x - xy \\ \dot{y} &= x^2 - 2 - y\end{aligned}$$

**9. feladat** Ábrázoljuk az alábbi differenciálegyenlet-rendszer fázisképet!

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -y - xy^2 - x^3 \\ \dot{y} &= x - y^3 - x^2y\end{aligned}$$

Segítség: Térjünk át polárkoordinátákra, majd a polárkoordinátákkal kapott egyenletek  $\cos \varphi$  és  $\sin \varphi$ -szereit adjuk össze, illetve vonjuk ki egymásból, így kapunk két egyenletet:  $\dot{r}$ -re és  $\dot{\varphi}$ -re.

**10. feladat** Írjuk fel, és oldjuk meg a alábbi kezdetiérték-problémához tartozó variációs rendszert!

$$\begin{aligned}\dot{x} &= e^y - 1 \\ \dot{y} &= 2x \\ x_0 &= x(0) = 0 \\ y_0 &= y(0) = 0\end{aligned}$$