Matematika A2

11. feladatsor

1. Írja fel az érintősíkot a P_0 pontban!
   (a) $z = x^2 + y^2$, $P_0(1, 1, 2)$
   (b) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$, $P_0(0, 0, 2)$
   (c) $z = xy + x + y$, $P_0(1, -1, -1)$
2. Határozzuk meg a megadott függvények összes lokális minimumát, maximumát, ezek helyét és a nyeregpontokat is!
   (a) $f(x, y) = 2x^2 + 3xy + 4y^2 - 5x + 2y$
   (b) $f(x, y) = 6x^2 - 2x^3 + 3y^2 + 6xy$
   (c) $f(x, y) = x^3 + y^3 + 3x^2 - 3y^2 - 8$
   (d) $f(x, y) = \frac{1}{x^2+y^2-1}$
3. Keressük meg az $f(x, y) = x^2+y^2$ függvény abszolút maximumát és minimumát az első síknegyedbe eső háromszög alakú tartományon, amelyet az $x = 0$, $y = 0$, $y + 2x = 2$ egyenesek határolnak!
4. Egy lapos körlap alakú tányér alakját a $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ egyenlet írja le. A tányért melegítjük úgy, hogy bármely (x, y) pontban a hőmérséklet értéke $T(x, y) = x^2 + 2y^2 - x$ lesz. Ábrázoljuk a hőmérséklet néhány szintgörbéjét D-ben (az ún. izotermákat). Keressük meg a tányér legforróbb és leghidegebb pontját!
5. Keressük meg az $f(x, y) = xy$ és a $g(x, y) = 2x^2 + y^2$ függvények maximumát és minimumát az $x^2 + y^2 = 4$, $y \geq 0$ félkörön!
6. Oldjuk meg a következő feladatot!
   (a) Mennyi a minimuma $x + y$-nak, ha $xy = 16$, $y > 0$?
   (b) Mennyi a maximuma xy-nak, ha $x + y = 16$?
7. Mekkorák a méretei az $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ ellipszisbe írható legnagyobb kerületű téglalapnak, ha az oldalai párhuzamosak a koordinátatengelyekkel? Mekkora a területe?