

Matematika A2

13. feladatsor

1. Számítsuk ki a következő hármasintegrálokat!

$$(a) \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 (x^2 + y^2 + z^2) dz dy dx$$

$$(h) \int_0^2 \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} \int_0^{2x+y} dz dx dy$$

$$(b) \int_0^{\sqrt{2}} \int_0^{3y} \int_{x^2+3y^2}^{8-x^2-y^2} dz dy dx$$

$$(i) \int_0^1 \int_0^{2-x} \int_0^{2-x-y} dz dy dx$$

$$(c) \int_1^e \int_1^e \int_1^e \frac{1}{xyz} dx dy dz$$

$$(j) \int_0^1 \int_0^{1-x^2} \int_3^{4-x^2-y} x dz dy dx$$

$$(d) \int_0^1 \int_0^{3-3x} \int_0^{3-3x-y} dz dy dx$$

$$(k) \int_0^\pi \int_0^\pi \int_0^\pi \cos(u+v+w) du dv dw$$

$$(e) \int_0^1 \int_0^\pi \int_0^\pi y \sin z dx dy dz$$

$$(l) \int_1^e \int_1^e \int_1^e \ln r \ln s \ln t dt dr ds$$

$$(f) \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (x+y+z) dy dx dz$$

$$(m) \int_0^{\pi/4} \int_0^{-\ln \cos v} \int_{-\infty}^{2t} e^x dx dt dv$$

$$(g) \int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \int_0^{\sqrt{9-x^2}} dz dy dx$$

$$(n) \int_0^7 \int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-q^2}} \frac{q}{r+1} dp dq dr$$

2. Számítsuk ki az $f(x, y, z) = x + 2y + xz^2$ függvény hármasintegrálját a D tartományon, ahol $D = \{(x, y, z) : 1 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2, -1 \leq z \leq 2\}$ tartományon!

3. Számítsuk ki $f(x, y, z) = e^{x+y+z}$ függvény hármasintegrálját azon a téglatesten, aminek a csúcsai $(-1, 2, 0)$, $(-1, 2, 3)$, $(-1, 4, 0)$, $(-1, 4, 3)$, $(2, 2, 0)$, $(2, 2, 3)$, $(2, 4, 0)$, $(2, 4, 3)$!

4. Legyen $D = \{(x, y, z) : 0 \leq x \leq 2, x \leq y \leq 4x + 1, -x \leq z \leq xy\}$ és $f(x, y, z) = 2xz$. Számítsuk ki $\iiint_D f(x, y, z) dx dy dz$ -t!

5. Legyen a D tartomány a $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(1, 1, 0)$ és $(1, 1, 1)$ csúcsú tetraéder. Határozza meg az $f(x, y, z) = x + y + z$ függvény hármasintegrálját!

6. Határozza meg a $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 1\}$ tartományon az alábbi függvények hármasintegrálját:

$$(a) f(x, y, z) = x^2$$

$$(b) f(x, y, z) = \frac{z}{1+x^2+y^2}$$

$$(c) f(x, y, z) = e^{x^2+y^2}$$

$$(d) f(x, y, z) = \sqrt{1+x^2+y^2}$$

7. Határozza meg a $z = x^2 + y^2$ és a $z = 4$ síkok közötti tartományon az $f(x, y, z) = z$ függvény hármasintegrálját!

8. Határozza meg a $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x, y, z > 0\}$ tartományon az alábbi függvények hármasintegrálját:

$$(a) f(x, y, z) = xyz$$

$$(b) f(x, y, z) = \frac{z}{x^2+y^2}$$