

Matematika A3 építőmérnököknek 5. gyakorlat

Hiányos másodrendű differenciálegyenletek

Hiányos másodrendű differenciálegyenletről akkor beszélünk, ha x , y és y' közül valamelyik (akár egyszerre több) nem jelenik meg az egyenletben. Három típussal foglalkozunk részletesebben:

1. Ha y és y' is hiányzik: $y'' = f(x)$. Ekkor $y = \int \int f(x) dx dx$.
2. Ha y hiányzik: $F(x, y', y'') = 0$. Ekkor $p(x) = y'(x)$ helyettesítéssel ($y''(x) = p'(x)$) elsőrendű egyenletet kapunk $p(x)$ -re. Ezt megoldva $y = \int p(x) dx$.
3. Ha x hiányzik: $F(y, y', y'') = 0$. Ekkor $p(y) = y'$ helyettesítéssel ($y'' = \frac{dp}{dy} \cdot p$) $p(y)$ -ra elsőrendű differenciálegyenletet kapunk. Ennek megoldása után $y' = p(y)$ elsőrendű szétválasztható egyenlet megoldása y .

1. feladat Oldjuk meg az alábbi kezdetiérték-problémákat!

$$y''y - (y')^2 = 0$$

(a) $y(0) = 0, y'(0) = 3$

(b) $y(0) = 1, y'(0) = 3$

2. feladat Oldjuk meg az alábbi kezdetiérték-problémát!

$$y'' = 12\sqrt{y}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

3. feladat Oldjuk meg az alábbi kezdetiérték-problémát!

$$y'' = -2t(y')^2, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -1$$

4. feladat Adjuk meg az összes $y(x)$ függvényt, melyre $y'' = e^{2x} + \cos(3x)$.

5. feladat Adjuk meg az alábbi egyenlet általános megoldását!

$$y'' = \frac{y'}{x} + x \sin x$$