Matematika A3 építőmérnököknek 10. gyakorlat
További folytonos valószínűségi változók, gyakorlás a zh-ra

1. feladat A buszmegállóba érkezésemkor megtudom, hogy az előző busz már legalább 3 perce elment. Mi a valószínűsége, hogy 5 percen belül megérkezik a buszom, ha a buszok követési ideje exponenciális eloszlású, 10 perc várható értékkel?

2. feladat Annak valószínűsége, hogy egy telefonbeszélgetés legalább 5 percig tart, 0.3. Mennyi a valószínűsége, hogy 10 perc után is tart még?

3. feladat Egy adott területen a földrengések erejei egymástól független, exponenciális eloszlású valószínűségi változók, 2.4 várható értékkel a Richter skálán. Mi a valószínűsége, hogy a következő

a) földrengés ereje meghaladja a 4-et?

b) két földrengés egyike sem lesz 4-nél erősebb?

4. feladat Egy X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye: $f(x) = cx(1-x)$, ha $x \in (0,1)$, egyébként az értéke 0.

a) Mennyi a c konstans értéke?

b) Mi az X várható értéke?

5. feladat A bankunkban várakozunk, ahol az átlagos kiszolgálási idő exponenciális eloszlású, 5 perc várható értékkel. Ha csak egyvalaki van előttünk és őt éppen kiszolgálják, akkor mi a valószínűsége, hogy 4 percen belül sorra kerülünk,

a) ha éppen most érkeztünk?

b) ha már 4 perce várakozunk?

6. feladat Egy benzinkút hetente egyszer kap benzint. Ha a heti eladás (ezer literben mérve) egy valószínűségi változó

$$f(x) = \begin{cases} 5(1-x)^4 & \text{, ha } x \in (0,1), \\ 0 & \text{, egyébként} \end{cases}$$

sűrűségfüggvénnyel, akkor mekkora méretű tartály szükséges ahhoz, hogy egy adott héten a benzinkút 0.01 valószínűséggel fogyjon ki a benzinből?

7. feladat Adott típusú elektomos berendezések 2%-a 1000 üzemórán belül elromlik. Tegyük fel, hogy a meghibásodásig eltelt idő exponenciális eloszlást követ. Mekkora a valószínűsége, hogy egy ilyen berendezés az átlagosnál tovább működik? Hány óra garanciát vállaljanak, ha garanciális időn belül csak 5% garanciaigényt akarnak kielégíteni?

8. feladat Egy dobozban 3 új és 2 használt teniszlabda van. Találomra kiveszünk egyet és játszunk vele, majd visszatesszük a dobozba. A következő játékban (ismét találomra kivéve egyet) milyen valószínűséggel játszunk majd új labdával?

9. feladat Két férfi és három nő ül egy padon. Mi a valószínűsége, hogy nemek szerint felváltva ülnek?

10. feladat Egy érmét háromszor feldobunk. Feltéve, hogy van fej a dobások között, mi a valószínűsége, hogy írás is van?

11. feladat Van a zsebünkben egy szabályos és egy olyan pénzérme, amelynek mindkét oldala fej. Kivesszük az egyiket és feldobjuk kétszer, az eredmény mindkét esetben fej. Mi a valószínűsége, hogy a hamissal dobtunk?

12. feladat Az A érme feldobásakor 0.4 valószínűséggel kapunk fejet, a B érme feldobásakor ugyanez a valószínűség 0.7. E két érme közül egyet véletlenszerűen kiválasztunk, és 10-szer feldobunk.

a) Függetlenek-e e dobások kimenetelei egymástól?

b) Mi a valószínűsége, hogy pontosan 7 dobás lesz fej?

c) Feltéve, hogy az első dobás fej, mi a valószínűsége, hogy az A érmével dobunk?

d) Feltéve, hogy az első dobás fej, mi a valószínűsége, hogy összesen 7 dobás lesz fej?

13. feladat Tegyük fel, hogy $P(X = 0) = 1 - P(X = 1)$. Ha $\mathbb{E}(X) = 3\mathrm{Var}(X)$ akkor mivel egyenlő $P(X = 0)$?

14. feladat Egy sorsjátékon 1 darab 1 000 000 Ft-os, 10 darab 50 000 Ft-os, és 100 darab 5 000 Ft-os nyeremény van. A játékhoz 40 000 darab sorsjegyet adnak ki. Mennyi legyen a jegy ára, hogy egy sorsjegyre a nyeremény várható értéke a jegy árának felével egyezzen meg?