

# Matematika A4 - Valószínűségszámítás 5. gyakorlat

## Poisson-folyamat

### Poisson-folyamat

- Véletlen időpontban érkező ismétlődő eseményeket modellez
- Két érkezés közötti idő eloszlása  $\text{EXP}(\lambda)$  valamilyen  $\lambda$ -val (várható érték  $\frac{1}{\lambda}$ , szórásnégyzet  $\frac{1}{\lambda^2}$ )
- $t$  időpontig bekövetkező érkezők számának eloszlása  $\text{POI}(\lambda \cdot t)$
- Az  $n$ -edik érkezésig eltelt idő eloszlása  $\text{Erlang}(n, \lambda)$ , aminek sűrűségfüggvénye  $t > 0$  esetén:

$$f(t) = \frac{\lambda^n \cdot t^{n-1}}{(n-1)!} \cdot e^{-\lambda t}.$$

**1. feladat** Adott típusú elektromos berendezések 2%-a 1000 üzemórán belül elromlik. Tegyük fel, hogy a meghibásodásig eltelt idő exponenciális eloszlást követ. Mekkora a valószínűsége, hogy egy ilyen berendezés az átlagosnál tovább működik? Hány óra garanciát vállaljanak, ha garanciális időn belül csak 5% garanciaigényt akarnak kielégíteni?

**2. feladat** Egy buszmegállóban annak valószínűsége, hogy a következő  $t$  percen belül jön busz,  $1 - e^{-\frac{t}{8}}$ .

- (a) Mi annak a valószínűsége, hogy több mint 10 perccel kell várakoznunk?
- (b) Mi annak a valószínűsége, hogy több mint 5 perccel, de kevesebb mint 10 perccel kell várakoznunk?
- (c) Mi a várakozási időnk várható értéke?
- (d) Mi annak a valószínűsége, hogy ha már sikertelenül vártunk 4 perccel, akkor kell még várnunk legalább 10 perccel?
- (e) Mi annak a valószínűsége, hogy 1 órán belül legalább 5 busz érkezik?

**3. feladat** Tegyük fel, hogy egy villanykörte élettartama (évben)  $1/2$  paraméterű exponenciális eloszlású valószínűségi változó.

- (a) Mennyi a várható élettartama?
- (b) Mi a valószínűsége, hogy kevesebb, mint 2 évig ég?
- (c) Mi a valószínűsége, hogy több, mint 1 évig nem ég ki?
- (d) Mi a valószínűsége, hogy mostantól kezdve egy napig ég, de utána a következő nap folyamán kieg?
- (e) Feltéve, hogy 1 évig nem ég ki, mi a valószínűsége, hogy utána még legalább negyed évig működni fog?

**4. feladat** Felhívom a barátomat a mobilján 10 óra 10 perckor, de az foglaltat jelez. Tudom, hogy a barátom beszélgetéseinek hossza (percben) exponenciális eloszlást követ, és a várható értéke 3 perc.

- (a) Mi a valószínűsége, hogy a következő 5 percben (10:10 - 10:15 között) végig foglalt lesz?
- (b) Mi a valószínűsége, hogy a következő 5 percben (10:10 - 10:15 között) végig foglalt lesz, feltéve hogy tudom, hogy már 10:00 óta foglalt?
- (c) Legkorábban hánykor hívjam fel újra, ha azt szeretném, hogy már legalább  $1/2$  esélyem legyen arra, hogy nem lesz foglalt (újabb hívás beérkezését nem számolva)?

**5. feladat** Egy örökifjú tulajdonságú villanykörténél  $2/3$  annak a valószínűsége, hogy 2000 óránál többet üzemel. Egy városban 200 ilyen égőt helyezünk el. Mi a valószínűsége annak, hogy 1000 óra elteltével pontosan 150 égő világít?

**6. feladat** Egy bizonyos fajta mosógép első meghibásodása exponenciális eloszlást követ. A gépek meghibásodása 70% eséllyel történik öt éven belül. Határozza meg annak valószínűségét, hogy az általam vásárolt mosógép első meghibásodása három éven belül történik!

**7. feladat** A menzai poharak kirakásuktól számított törési ideje exponenciális eloszlást követ 6 hónap várható értékkel. Határozza meg annak valószínűségét, hogy 50 kirakott pohárból legfeljebb 30 törik el egy év alatt!

**8. feladat** A buszmegállóban a buszok egymás után exponenciális eloszlású időtartamonként érkeznek, melynek várható értéke 5 perc. Beállok a megállóba, és várok valakit, aki a harmadik busszal érkezik.

- (a) Várhatóan hány percig állok ott, mire megérkezik?
- (b) Mi a várakozási időm eloszlása?
- (c) Feltéve, hogy az első busz 4 perc múlva megérkezik, mi az ezután következő várakozási időm várható értéke és eloszlása?

**9. feladat** Egy nem túl forgalmas útszakaszon egy óra alatt átlagosan 6 kocsi halad át.

- (a) Mi annak az esélye, hogy egy másodperc alatt nem jön autó?
- (b) Mi annak az esélye, hogy egy perc alatt nem jön autó?
- (c) Mi annak az esélye, hogy egy óra alatt nem jön autó?
- (d) Milyen eloszlást követ a 20 percen belül érkező autók száma?
- (e) Milyen eloszlást követ az első autó érkezésének időpontja?
- (f) Milyen eloszlást követ a második autó érkezésének időpontja?
- (g) Mi annak a valószínűsége, hogy a második autó 20 percen belül érkezik?