2026.01.07.
Matematika A1a VBK vizsga – feleletválasztós rész
(50 pont)

címke névvel, Neptun kóddal

$\boldsymbol{\alpha}$ ■, $\boldsymbol{\beta}$ □

Válasszuk ki az egyetlen helyes megoldást.[1] **($4 \times 5 = 20$ pont)**

1. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^6 + 3^{2n}}{n! + 6^n}$

■ 0; □ 1; □ $\frac{3}{2}$; □ 2; □ $+\infty$; □ nem létezik.

2. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt[3]{x}}{\ln(x^2)} = ?$

□ 0; □ $\frac{1}{3}$; □ 1; □ 3; ■ $+\infty$; □ nem létezik.

3. A $z := (1 + \mathbf{i})^{12}$ komplex szám képzetes része:

□ $\frac{1}{\sqrt{2}}$; □ 2 ; □ 64; ■ 0; □ $64\mathbf{i}$; □ más válasz.

4. Legyen $f(x) := \ln(\sin^2(3x))e^{2x}$ $\quad \left(x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{3} \;\middle|\; k \in \mathbb{Z} \right\}\right)$. Ekkor $f'(x) = ...$ $\quad \left(x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{3} \;\middle|\; k \in \mathbb{Z} \right\}\right)$.

■ $e^{2x}\Big(6\operatorname{ctg}(3x) + 4\ln(\sin(3x))\Big)$; □ $\dfrac{6\cos(3x)e^{2x}}{\sin(3x)}$; □ $\dfrac{6}{\sin(3x)}e^{2x} + 2\ln(\sin^2(3x))e^{2x}$.

Minden állításról döntsük el, hogy igaz (I) vagy hamis (H).[2] **($10 \times 3 = 30$ pont)**

5. Legyen $\sum\limits_{n\in\mathbb{N}} a_n$ olyan numerikus sor, amelyre $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, és minden $n \in \mathbb{N}$ esetén $a_n > 0$ teljesül. Ekkor

$\sum\limits_{n\in\mathbb{N}} a_n$ konvergens;	□ I;	■ H;
$(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergens;	■ I;	□ H;
$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{a_n} = +\infty$	■ I;	□ H;

6. Legyen $f : \mathbb{R} \rightarrowtail \mathbb{R}$ egy tetszőleges függvény.

Ha f folytonos az $x_0 \in \mathbb{R}$ pontban, akkor ott differenciálható is.	□ I;	■ H;
Ha f szigorúan monoton növő az $I \subseteq \mathbb{R}$ nyílt intervallumon és differenciálható I-n, akkor minden $x \in I$ esetén $f'(x) > 0$.	□ I;	■ H;
Ha f-nek létezik maximuma egy korlátos és zárt intervallumon, akkor ezen az intervallumon folytonos.	□ I;	■ H;
Ha f kétszer differenciálható az $I \subseteq \mathbb{R}$ nyílt intervallumon, és mminden $x \in I$ esetén $f''(x) > 0$, akkor f konvex I-n.	■ I;	□ H;

7. Legyen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ folytonos függvény és minden $x \in [0, 1]$ esetén $F(x) := \displaystyle\int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t$.

Az F függvény folytonos.	■ I;	□ H;
Az F függvény differenciálható a $]0, 1[$ intervallumon.	■ I;	□ H;
Az F függvény (Riemann-)integrálható az $[0, 1]$ intevallumon.	■ I;	□ H;

[1] A helyes megoldás előtti négyzetet **satírozzuk be**. Helyes válasz: 5 pont; helytelen vagy nem egyértelmű válasz: 0 pont.

[2] A helyes válasz előtti négyzetet **satírozzuk be**. Helyes válasz: 3 pont; nem egyértelmű válasz: 0 pont; helytelen válasz: -3 pont, azonban egy-egy feladat teljes pontszáma nem csökken nulla alá.