

Számítási Módszerek a Fizikában 1.

(fizikus szak) 1. zárthelyi

2018. október 25. 8:15–9:45, E.505 terem

1.

$$iz^3 = \frac{1}{2} \cdot (1 - i)^8$$

Adja meg a fenti egyenelt összes komplex megoldását algebrai alakban, valamint ábrázolja a gyököket a komplex számsíkon!

(7p+3p)

2.

$$p(z) = z^2 + 1, \quad q(z) = z^2 + iz + 2$$

(a) Határozza meg azt a legalacsonyabb fokú, 1 főegyütthatós m komplex polinomot, amelyet p és q is maradék nélkül oszt! (Legkisebb közös többszörös.)

(b) Határozza meg azt a legmagasabb fokú, 1 főegyütthatójú d komplex polinomot, amely p -t és q -t is maradék nélkül osztja! (Legnagyobb közös osztó.)

(10p)

3.

$$\mathbf{a} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}, \quad \mathbf{b} = -3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$$

Határozza meg az \mathbf{a} és \mathbf{b} vektor által kifeszített síkra való merőleges vetítés mátrixát az $\{\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$ ortonormált bázisban!

(10p)

4. Adott a háromdimenziós térben az A és B pont valamint az e egyenes:

$$A(1, 0, 2), \quad B(1, -3, 1), \quad e : \mathbf{r}(t) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Határozza meg annak a síknak az egyenletét, ami átmegy az A és B ponton, és nem metszi az e egyenest!

(10p)

5. Írja fel vektoriális szorzás felhasználása nélkül a következő kifejezést!

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})$$

Az átalakítást kétféleképpen is végezze el; indexes számolással és azonosságok felhasználásával is!

(5p+5p)

6. Legyen \mathbb{V} a legfeljebb másodfokú, valós, egyváltozós polinomok vektortere a pontonkénti műveletekkel, legyen $f(x) = 2x - 1$ (ahol $x \in \mathbb{R}$), és legyen

$$A : \mathbb{V} \rightarrow \mathbb{V}, \quad p \mapsto p \circ f, \quad \text{tehát} \quad (Ap)(x) = p(f(x)).$$

Igazolja, hogy az A leképezés lineáris, és adja meg a mátrixát az $\{1, x, x^2\} \subset \mathbb{V}$ bázisban!

(3p+7p)

Várható jegyhatárok: 24, 33, 42, 51, 60 pont (40%, 55%, 70%, 85%).