

1. feladat (10+10=20 pont)

Határozza meg a következő sorozatok határértékét!

$$(a) \quad a_n = \sqrt[n]{n^2 + 2^n + 5}; \qquad (b) \quad b_n = \left(\frac{2n-3}{5+2n} \right)^{n+2}$$

2. feladat (10+10+10=30 pont)

$$a_1 = 2; \qquad a_{n+1} = \sqrt{5a_n - 4}$$

- (a) Igazolja, hogy a fent megadott rekurzív sorozat elemeire $1 < a_n < 4$ teljesül!
- (b) Igazolja, hogy a sorozat monoton növekvő!
- (c) Igazolja, hogy létezik a sorozat határértéke, és adja is meg!

3. feladat (7+13=20 pont)

- (a) $\frac{2+3i}{i+4} = ?$ Az eredményt algebrai alakban adja meg!
- (b) $\sqrt[3]{8i} = ?$ A gyököket trigonometrikus vagy exponenciális alakban adja meg, és ábrázolja is!

4. feladat (14+8+8=30 pont)

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4}$$

- (a) A megfelelő definícióval igazolja, hogy $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \frac{1}{2}$.
- (b) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = ?$ (Számolási szabályokkal.)
- (c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = ?$ (Számolási szabályokkal.)

5. feladat (10 pont, IMSC-seknek javasolt.)

Írja fel azt a $g : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ függvényt, amely a komplex számsíkon az 1 pont körül 60° -kal forog pozitív (az óramutató járásával ellenkező) irányban!