1. Feladat (4+7=11 pont)

(a) Állítsa az n, $\ln(n)$, n^n, n^{20}, 20^n és $n!$ sorozatokat nagyságrendi sorrendbe! (Bizonyítás nélkül.)

(b) Igazolja a 20^n és $n!$ sorozatok közti nagyságrendi viszonyt!

2. Feladat (3+8=11 pont)

Mondja ki és bizonyítsa be két valós (egyváltozós) függvény szorzatának deriválására tanult szabályt!

3. Feladat (8+8=16 pont)

(a) $\displaystyle\int \frac{x+15}{x^2-9}\,\mathrm{d}x = ?$, (b) $\displaystyle\int \frac{x+15}{\sqrt{x^2+9}}\,\mathrm{d}x = ?$

4. Feladat (3+5+8=16 pont)

(a) Írja fel az elsőrendű, inhomogén lineáris, függvény együtthatós differenciálegyenlet általános alakját!

(b) Legyen a ϕ_1 és ϕ_2 függvény megoldása az (a) pontban felírt differenciálegyenletnek. Mit mondhatunk a $\phi_1 - \phi_2$ függvényről? Állítását bizonyítsa is be!

(c) Adja meg a következő differenciálegyenlet általános megoldását explicit alakban!

$$y'(x) + xy(x) = 2x$$

5. Feladat (3+8=11 pont)

(a) Írja fel a $\mathrm{ch}(x)$ függvény origó középpontú Taylor-sorát és a sor konvergenciatartományát! (Bizonyítás nélkül.)

(b) Határozza meg a következő függvénysor összegét!

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{(2n)!} \cdot x^{2n+3} = ?$$

6. Feladat (10 pont)

Határozza meg az $f(x, y) = x^2$ függvény integrálját az R sugarú, origó középpontú körlapra!

7. Feladat * (3+8+2= 13 pont)

(a) Mondja ki a Fourier-sor pontonkénti konvergenciájáról tanult Dirichlet-tételt!

(b) Legyen f az a 2π-szerint periodikus függvény, amelyre $x \in [-\pi, 0]$ esetén $f(x) = 0$, és $x \in [0, \pi)$ esetén $f(x) = x$. Határozza meg az f függvény Fourier-sorában az a_0 és a b_5 együtthatókat!

(c) Mennyi az előző pontban szereplő f függvény Fourier-sorának összege a π helyen?

8. Feladat * (6+6=12 pont)

Tudjuk, hogy az $f(x) = \mathrm{e}^{-|x|}$ függvény Fourier-transzformáltja $\mathcal{F}[f](\omega) = F(\omega) = 2/(1+\omega^2)$.

(a) Határozza meg $g(x) = \mathrm{e}^{-|2x-3|}$ Fourier-transzformáltját!

(b) Határozza meg $h(x) = x\mathrm{e}^{-|x|}$ Fourier-transzformáltját!

A $*$-al jelölt feladatokból legalább 7 pontot el kell érni!