

Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

## Matematika A2 vizsga

2017. május 30., 10-12., Építőmérnöki BSc szak

Név:

Neptun kód:

Az utolsó három feladatból összesen el kell érni 30%-ot!

- (a) (3 pont) Definiálja az  $f(x, y)$  függvény  $(x_0, y_0)$  pontban vett  $x$ -szerinti parciális deriváltját!  
(b) (3 pont) Hol létezik az

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } xy \neq 0 \\ 1 & \text{ha } xy = 0 \end{cases}$$

függvénynek az  $x$ -szerinti parciális deriváltja? Ha létezik, akkor bizonyítsa be, ha nem, akkor magyarázza el, hogy miért nem létezik!

- (c) (3 pont) Mi az  $f(x, y)$  függvény  $(x_0, y_0)$  pontban vett  $x$ -szerinti parciális deriváltjának geometriai jelentése?
- (5 pont) Adjon meg olyan  $2\pi$  szerint periodikus, nem mindenhol folytonos függvényt, melynek Fourier-sora nem tartalmaz koszinuszos tagot és a függvény Fourier-sora mindenhol előállítja a függvényt.
- (6 pont) Bizonyítsa be, hogy az  $\underline{\underline{A}} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  mátrix akkor és csak akkor invertálható, ha  $\det \underline{\underline{A}} \neq 0$ .
- Döntse el, hogy a  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}}$  végtelen sor
  - (3 pont) konvergens-e;
  - (3 pont) abszolút konvergens-e.
- (6 pont) Oldja meg a Cramer-szabállyal az
$$\begin{aligned} 3x - y + 4z &= 13 \\ 4x + y + 2z &= 12 \\ x + 3y &= 5 \end{aligned}$$
lineáris egyenletrendszert (csak Cramer-szabály használatáért jár pont!).
  - (3 pont) Határozza meg a természetes bázisban az  $\mathbb{R}^3$ -beli  $z$ -tengely körüli kilencven fokos forgatás transzformációmátrixát!
  - (5 pont) Határozza meg a fenti mátrix sajátvektorait és sajátértékeit.
- (6 pont) Határozza meg a  $f(x, y) = x^2 + y^2$  forgásparaboloid azon pontját/pontjait, melyekben az érintősík párhuzamos az  $x + y + z = 0$  síkkal!
- (7 pont) Számítsa ki az  $f(x, y) = \sqrt{x+y}$ ,  $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$  felület és az  $xy$  sík közötti rész térfogatát!
- (7 pont) Határozza meg a  $z = x^2 + y^2$  és  $z = 2 - x^2 - y^2$  forgásparaboloidok közötti térrészen az  $f(x, y, z) = z$  függvény hármásintegrálját!