Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Matematika A2 vizsga
2018. május 29., 9-11., Építőmérnöki BSc szak

Név:
Neptun kód:

Az utolsó három feladatból összesen el kell érni 30%-ot!

1. (a) *(3 pont)* Definiálja, hogy mikor nevezzük a $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ végtelen sort konvergensnek ill. divergensnek.
   (b) *(2+2 pont)* Bizonyítsa be, hogy a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+3^n}{6^n}$ végtelen sor konvergens. Határozza meg a végtelen sor értékét!
2. (a) *(2 pont)* Definiálja az $\underline{\underline{A}} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ mátrix sajátértékét és sajátvektorát.
   (b) *(5 pont)* Határozza meg az $\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ mátrix inverzének sajátértékeit és sajátvektorait!
3. *(2+4 pont)* Legyen $f(x, y)$ egy olyan függvény, aminek létezik mindkét parciális deriváltja az (x_0, y_0) pontban. Melyik irányban emelkedik legjobban a felület az (x_0, y_0) pontban? Bizonyítsa be a kimondott állítást!
4. *(7 pont)* Határozza meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{\sqrt{n}}$ hatványsor konvergenciatartományát! Ha intervallum a megoldás, akkor a végpontokat is ellenőrizni kell!
5. *(6 pont)* Oldja meg a Cramer-szabállyal az

$$\begin{aligned} 3x + 2y - z &= 4 \\ x + 5z &= 16 \\ -x + y - 2z &= -5 \end{aligned}$$

   lineáris egyenletrendszert (csak Cramer-szabály használatáért jár pont!).
6. (a) *(3 pont)* Bizonyítsa be, hogy a $\underline{v}_1 = (1, 1, 0)$, $\underline{v}_2 = (1, 0, 1)$ és $\underline{v}_3 = (0, 1, 1)$ vektorok $\mathbb{R}^3$ bázisát alkotják.
   (b) *(4 pont)* Határozza meg a fenti bázisban a $\underline{v} = (1, 2, 3)$ vektor koordinátáit.
7. *(6 pont)* Határozza meg Lagrange-multiplikátort használva az $f(x, y) = x + y$ függvény minimumát az $xy = 1$, $x > 0$ görbén. (Csak a Lagrange-multiplikátor használatáért ját pont!)
8. *(7 pont)* Számítsa ki az $z = x^2 + y^2$ és a $z = 12 - 2x^2 - 2y^2$ felületek közötti rész térfogatát!
9. *(7 pont)* Határozza meg az $A(0, 0, 0)$, $B(0, 0, 1)$, $C(0, 1, 1)$ és $D(1, 1, 1)$ tetraéderen az $f(x, y, z) = x$ függvény hármasintegrálját!