

Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Matematika A2 vizsga

2019. június 4., 9-11., Építőmérnöki BSc szak

Név:

Neptun kód:

Az utolsó három feladatból összesen el kell érni 30%-ot!

1. Tekintsük az $\underline{Ax} = \underline{b}$ lineáris egyenletrendszert, ahol $\underline{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, \underline{x} az ismeretleneket tartalmazó n -dimenziós vektor, $\underline{b} \in \mathbb{R}^n$. Adjon szükséges és elégséges feltételt arra, hogy az $\underline{Ax} = \underline{b}$ lineáris egyenletrendszernek egyértelmű megoldása legyen
 - (a) (2 pont) a determináns fogalmának segítségével;
 - (b) (2 pont) a mátrix rangja fogalom segítségével;
 - (c) (2 pont) az \underline{A} mátrix oszlopvektorainak segítségével.
2. (a) (2 pont) Definiálja, hogy mikor mondjuk, hogy a V vektortérben a $\underline{b}_1, \dots, \underline{b}_n$ vektorok bázist alkotnak.
 - (b) (2 pont) Adjon meg egy olyan tételt, ami bázis, lineáris függetlenség és generátorrendszer fogalmak közti kapcsolatot adja meg.
 - (c) (2 pont) Mutassa meg, hogy a $\underline{v}_1 = (3, 2)$ és $\underline{v}_2 = (-1, 1)$ vektorok az \mathbb{R}^2 bázisát alkotják!
3. (2+6 pont) Mondja ki és bizonyítsa be az alternáló sorokra vonatkozó Leibniz kritériumot!
4. (7 pont) Határozza meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+1)^n}{n}$ hatványsor konvergenciatartományát! Ha ez egy intervallum, akkor a végpontokat is meg kell vizsgálni!
5. (6 pont) Határozza meg az $f(x) = \sin^3 x$ függvény Fourier-sorát.
6. (7 pont) Oldja meg a Cramer-szabállyal az alábbi lineáris egyenletrendszert (csak a Cramer-szabály használatáért jár pont):

$$\begin{aligned} x + y + 2z &= 9 \\ 2x + y - 3z &= -5 \\ -2x + 3y + 4z &= 16 \end{aligned}$$

7. (6 pont) Határozza meg, hogy az $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$ felület mely pontjában lesz az érintősík párhuzamos a $4x + 2y + 4z = 3$ síkkal!
8. (7 pont) Tekintsük az $A(0, 0)$, $B(1, 0)$ és $C(1, 1)$ csúcsú $f(x, y) = x + y$ sűrűségfüggvényű vékony lemezt. Határozza meg a lemez súlypontját!
9. (7 pont) Határozza meg az $f(x, y, z) = z$ függvény $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z > 0\}$ tartományon vett hármassintegrálját!