

Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Matematika A2 vizsga

2018. június 12., 9-11., Építőmérnöki BSc szak

Név:

Neptun kód:

Az utolsó három feladatból összesen el kell érni 30%-ot!

- (a) (2 pont) Definiálja a $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-x_0)^n$ hatványsor konvergenciatartományát.

(b) (2 pont) A $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-x_0)^n$ hatványsorról tudjuk, hogy minden pozitív egész szám benne van a konvergenciatartományban. Adja meg a konvergenciatartományt. Az állítását magyarázza is meg!

(c) (4 pont) Határozza meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ hatványsor konvergenciatartományát. (Ha ez egy intervallum, akkor a végpontokat is ellenőrizni kell!)
- (a) Definiálja, hogy mikor mondjuk, hogy a V vektortérben a $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \dots, \underline{v}_k$ vektorok bázist alkotnak.

(b) Van-e olyan bázisa az \mathbb{R}^2 vektortérnek, ahol mindkét vektor koordinátáinak összege 1? Csak indoklásért jár pont.

(c) Van-e olyan bázisa az \mathbb{R}^2 vektortérnek, ahol mindkét vektor koordinátáinak összege 0? Csak indoklásért jár pont.
- (2+4 pont) Mondja ki és bizonyítsa be a pozitív tagú $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ végtelen sorokra vonatkozó gyökkritériumot.
- (7 pont) Határozza meg az $f(x) = x^2$, $-\pi < x < \pi$ 2π szerint periodikus függvény Fourier-sorát.
- (a) (4 pont) Határozza meg az $\underline{A} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ mátrix sajátértékeit, sajátvektorait!

(b) (4 pont) Diagonalizálja az \underline{A} mátrixot, azaz adjon meg olyan \underline{D} diagonális és \underline{P} mátrixot, melyre $\underline{D} = \underline{P}^{-1} \underline{A} \underline{P}$. Számítással ellenőrizze, hogy tényleg jól diagonalizált.
- (5 pont) Határozza meg az \mathbb{R}^3 -beli $z = 0$ síkra tükrözés mátrixát a természetes bázisban.
- (6 pont) Lagrange-féle multiplikatort használva határozza meg az $f(x, y) = 3x + 4y$ függvény maximumát az $x^2 + y^2 = 1$, $x > 0$, $y > 0$ negyedkörön.
- (7 pont) Határozza meg az $A(0, 0)$, $B(1, 0)$ és $C(1, 1)$ csúcú vékony háromszög alakú lemez tömegközéppontját, ha a sűrűségfüggvény $f(x, y) = x + y$.
- (7 pont) Számítsa ki az $f(x, y, z) = z^2$ függvény hármastintegrálját a $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 100\}$ tartományon!