

1. zh

1. Amikor a kutyámmal sétálunk, akkor 2 óra alatt átlagosan 2 kutyát és egy őzet látunk. Minden egyes állat felbukkanása független egymástól és két egymást követő kutya, illetve két egymást követő őz között eltelt idő is exponenciális eloszlású.
 - (a) Mi az állatok (kutyák+őzek) számának az eloszlása? (Add meg az eloszlás nevét és paramétereit!) (2p)
 - (b) Mi a valószínűsége, hogyha a séta első felében láttam kutyát, akkor a második felében is látok legalább egyet? (3p)
 - (c) Mi a valószínűsége, hogyha egy óra alatt volt legalább 3 kutya, akkor volt több, mint 4? (Ugyanabban az órában.) (3p)
 - (d) Ha fél óra alatt láttam 3 állatot, akkor mi a valószínűsége, hogy ebből pontosan 1 volt kutya? Mi lesz a kutyák eloszlása a 3 állat között? (Add meg az eloszlás nevét és paramétereit!) (3+2p)
 - (e) Ha fél óráig nem láttam egy állatot se, akkor mi a valószínűsége, hogy még legalább fél óráig nem látok egyet sem? (2p)
 - (f) Mi a valószínűsége, hogy 3 őzre legalább egy órát kell várni? (3p)
2. Az E épület büféjébe érkező szállítmány időpontjának (X) várható értéke 3 óra, és szórása $2/\sqrt{3}$.
 - (a) Mikor valószínűbb, hogy a szállítmány 2 előtt érkezik meg, hogyha $X \sim \text{Exp}(\lambda)$ vagy ha $X \sim \text{Uni}(a, b)$? Mennyi ez a valószínűség? (7p)
 - (b) Tegyük fel, hogy $X \sim \text{Uni}(a, b)$. Ha 3-ig nem érkezett meg az áru, mi a valószínűsége, hogy 4 után fog? (3p)
3. Legyen X sűrűségfüggvénye $f(x) = c \cdot x \cdot e^{-x}$, ha $0 < x < \infty$ és 0 egyébként.
 - (a) Milyen c -re lesz ez egy sűrűségfüggvény? (3p)
 - (b) Mi lesz az eloszlásfüggvény? (1p)
 - (c) Mennyi lesz $E(X)$? (3p)
4. Egy dobozban 15 db hibás és 1000 db jó alkatrész van.
 - (a) Ha visszatevés nélkül húzunk, akkor mi a valószínűsége, hogy 10 húzásból 2-szer húzunk hibásat? (2p)
 - (b) Ha visszatevéssel nélkül húzunk, akkor mi a valószínűsége, hogy 10 húzásból 2-szer húzunk hibásat? (2p)
 - (c) Mi a valószínűsége, hogy a 3. hibás a 100. húzásnál kerül elő, ha visszatevéssel húzunk? Mi a 3. hibás eloszlása? (Add meg az eloszlás nevét és paramétereit!) (2+1p)
 - (d) Mi a valószínűsége, hogy 500 visszatevéses húzásból 6 hibás lesz? Adj közelítést Poisson eloszlással! (Csak közelítés kell.) (2p)
 - (e) A dobozból valaki kiszedett 100 alkatrészt és áttette ebbe az új (2-es számú) dobozba. Annyit tudunk, hogy visszatevéssel húzva 3-at annak a valószínűsége, hogy 1 hibás lesz benne 0.243, illetve, hogy 2 hibás lesz benne 0.027. Mi a selejtesek aránya az új dobozban? (3p)
 - (f) Kollégánk adott nekünk egy alkatrészt random, mi a valószínűsége, hogy selejtes volt, ha ugyanolyan valószínűséggel húzott mindkét dobozból? Ha kapunk egy selejtes alkatrészt, mi a valószínűsége, hogy az 1-es dobozból származott? (4p)