

2. Gyakorlat

Vektorterek, lineáris leképezések, egyenesek és síkok

1. Döntsük el, hogy alteret alkotnak-e az alábbi halmazok.
 - a) A sík azon vektorai, amiknek az első koordinátája kisebb mint a második.
 - b) A tér azon vektorai, amiknek az első koordinátája nulla.

2. Tekintsük az alábbi vektorokat $\mathbb{R}^2$ -ben és $\mathbb{R}^3$ -ban.

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} 12 \\ -9 \end{bmatrix} \quad \underline{v} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} \quad \underline{w} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \underline{z} = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

- a) Bontsuk fel az $\underline{u}$ vektort a $\underline{v}$ vektorral párhuzamos és merőleges összetevőkre.
 - b) Bontsuk fel az $\underline{w}$ vektort a $\underline{z}$ vektorral párhuzamos és merőleges összetevőkre.
3. Adjuk meg a síkon értelmezett alábbi lineáris leképezések mátrixait.
 - a) Középpontos tükrözés az origóra.
 - b) Forgatás az origó körül $\frac{\pi}{3}$ szöggel.
 - c) Tükrözés az $y = -x$ egyenesre.
 - d) Az y irányában a koordináták -3 -szorosára nyújtása.
 - e) Merőleges vetítés az $y = \sqrt{3}x$ egyenesre.
 - f) Tükrözés az $y = \sqrt{3}x$ egyenesre.
 - g) Forgatás az origó körül $\frac{\pi}{3}$ szöggel, majd merőleges vetítés a $2y = x$ egyenesre.
 - h) Merőleges vetítés az $y = \sqrt{3}x$ egyenesre, majd forgatás az origó körül $\frac{\pi}{3}$ szöggel.
 4. Adjuk meg a térben értelmezett alábbi lineáris leképezések mátrixait.
 - a) A z -tengely körüli forgatás $\frac{3\pi}{4}$ szöggel.
 - b) Merőleges vetítés az $y = x$ síkra.
 - c) Tükrözés az $y = 0$ síkra.
 - d) Az x és z irányába is kétszeresre nyújtás.
 - e) Forgatás a x -tengely körül $\frac{\pi}{2}$ szöggel, majd középpontos tükrözés az origóra.
 - f) Forgatás az $y = x$, $z = 0$ egyenes körül $\frac{\pi}{4}$ szöggel.
 - g) A z -tengely körüli forgatás $\frac{3\pi}{4}$ szöggel, majd tükrözés az $y = 0$ síkra.
 - h) Az x és z irányába is kétszeresre nyújtás, majd merőleges vetítés az $y = x$ síkra.
 5. Írjuk fel az alábbiakat.
 - a) Az $(1, 0, -1)$ és a $(2, 2, 1)$ pontokon átmenő egyenes egyenletrendszere.
 - b) Az $(1, 1, 1)$ ponton átmenő és az alábbi egyenesre merőleges sík egyenlete.

$$\begin{aligned}x &= 2t \\y &= 1 - t \\z &= 5 + 3t\end{aligned}$$