

3. Gyakorlat

Mátrixok determinánása és inverze, térelemek kölcsönös helyzete

1. Számítsuk ki az alábbi mátrixok determinánsait.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & -7 & 4 \\ 7 & 1 & -4 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -4 & 4 & -12 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -2 \\ -7 & -14 & 7 \\ 9 & 18 & -9 \end{bmatrix}$$

2. Döntsük el, hogy az 1-es feladatban szereplő mátrixok közül melyek invertálhatóak. Számítsuk is ki az inverzüket, amennyiben ez lehetséges.
3. Tekintsük a következő vektorokat $\mathbb{R}^3$ -ban.

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \underline{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \underline{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -5 \end{bmatrix}$$

Számítsuk ki az $\underline{u} \times \underline{v}$ keresztszorzatot és az $\underline{u} \underline{u} \underline{v}$ vegyesszorzatot. Adjuk meg a geometriai jelentését az eredményeknek.

4. Határozzuk meg az $P(0, 1, 2)$, $Q(2, -1, 0)$ és $R(-1, 1, 1)$ pontokon áthaladó síknak az egyenletét. Adjuk meg az így kapott síknak és a $T(1, 1, -1)$ pontnak a távolságát. Adjuk meg az így kapott síknak és az alábbi egyenesnek a metszéspontját, amennyiben az létezik.

$$\begin{aligned} x &= 2 + 2t \\ y &= 1 - t \\ z &= 3 + t \end{aligned}$$

5. Adjuk meg annak az egyenesnek az egyenletrendszerét, amely áthalad a $P(12, 1, 7)$ ponton illetve, merőleges a lenti egyenletrendszerrel adott egyenesre.

$$\begin{aligned} x &= 3 + t \\ y &= 2 + 3t \\ z &= -1 - 4t \end{aligned}$$

6. Határozzuk meg az alábbi síkpárok kölcsönös helyzetét.

$$\begin{aligned} \text{a) } x + 5y + z &= 2 \quad \text{és} \quad 2x + 11y + 5z = 3 \\ \text{b) } 3x - y - z &= 7 \quad \text{és} \quad 6x - 2y - 2z = 9 \end{aligned}$$

7. Határozzuk meg az alábbi egyenespárok kölcsönös helyzetét.

a)

$$\begin{aligned} x &= 1 & x &= 1 + 2s \\ y &= 3 - 4t & y &= -1 + 4s \\ z &= -1 + 2t & z &= 1 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} x &= 1 + t & x &= 5 - 2s \\ y &= 1 - t & y &= 3 + 2s \\ z &= 2t & z &= -5 - 4s \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} x &= 1 - t & x &= 3 - s \\ y &= t & y &= 3 \\ z &= 1 + t & z &= 1 - s \end{aligned}$$