

4. Gyakorlat

Sorozatok (monotonitás, korlátosság, torlódási pontok és határérték)

1. Vizsgáljuk meg az alábbi sorozatokat korlátosság és monotonitás szempontjából. Adjuk meg a torlódási pontjaikat, illetve amennyiben létezik a határértéküket.

$$\text{a) } a_n = (-1)^n \quad \text{b) } b_n = 3 - n^2 \quad \text{c) } c_n = 1 - \frac{1}{n}$$

2. Számítsuk ki az alábbi sorozatok határértékeit, amennyiben léteznek.

$$\text{a) } a_n = \frac{3n^2 - 2n - 2}{4n^2 + 10n + 1} \quad \text{b) } b_n = \frac{n^4 - n^2 - n}{2n^2 - 7n^3 + 1} \quad \text{c) } c_n = \frac{n^5 - 3}{n^7 + 10n}$$

3. Számítsuk ki az alábbi sorozatok határértékeit, amennyiben léteznek.

$$\text{a) } a_n = \frac{2^n + 2 \cdot 3^n}{4^n + 1} \quad \text{b) } b_n = \frac{3 \cdot 5^n - 3^{2n}}{9^{n+1} - 2^n} \quad \text{c) } c_n = \frac{(-5)^n - 3}{6^n + 9}$$

4. Számítsuk ki az alábbi sorozatok határértékeit, amennyiben léteznek.

$$\text{a) } a_n = \frac{\sqrt{4n+1}}{2n-1} \quad \text{b) } b_n = \frac{5^n - \sqrt{n} + n^5}{\sqrt{2n+1} + 2^{3n}} \quad \text{c) } c_n = \frac{\cos(7^n + n^2)}{\sqrt{n}}$$

5. Számítsuk ki az alábbi sorozatok határértékeit, amennyiben léteznek.

$$\text{a) } a_n = \left(\frac{n+3}{n-1}\right)^n \quad \text{b) } b_n = \left(\frac{4n-2}{3n+1}\right)^n \quad \text{c) } c_n = \left(\frac{n^2+10}{2n^2-2}\right)^n \quad \text{d) } d_n = \left(\frac{n^2+3}{n^2-1}\right)^{n^2+2n}$$

6. Keressünk $\varepsilon = 10^{-4}$ -hez tartozó küszöbindexet az alábbi sorozatokhoz.

$$\text{a) } a_n = \frac{n^2}{2n^2+1} \quad \text{b) } b_n = \frac{8n-3}{2n+1} \quad \text{c) } c_n = \sqrt{n^2+2n} - n$$