

7. Gyakorlat

Függvények deriváltja és érintője

1. Határozzuk meg az alábbi függvények deriváltját.

$$\text{a) } f(x) = x^2 - 3\sqrt{x^3} - \cos(x) \quad \text{b) } f(x) = e^x \cos(x) \quad \text{c) } f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \quad \text{d) } f(x) = \operatorname{tg}(x)$$

$$\text{e) } f(x) = \sin(\cos(x^2)) \quad \text{f) } f(x) = 2^{\cos(x^2)+2x} \quad \text{g) } f(x) = \frac{\arcsin(x^3)}{\ln^3(x^2 + 1)} \quad \text{h) } f(x) = x^x$$

$$\text{i) } f(x) = \cos(x^4) \sin^2(x) \quad \text{j) } f(x) = \operatorname{arctg}(e^x) \quad \text{k) } f(x) = \sin(x)^{\cos(x)} \quad \text{l) } f(x) = \sqrt[3]{\frac{\operatorname{arctg}(\sqrt[3]{x})}{e^x \operatorname{ch}(x)}}$$

2. Határozzuk meg, hogy az alábbi függvények deriválhatóak-e az $x = 0$ és az $x = 3$ helyen.

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 2x^2 & \text{ha } x \leq 0 \\ 2^{-x} & \text{ha } 0 < x \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 1 & \text{ha } x \leq 0 \\ \sqrt{1+x} & \text{ha } 0 < x \leq 3 \\ 2 & \text{ha } 3 < x \end{cases} \quad h(x) = e^{|x|}$$

3. Határozzuk meg az a, b, c valós számokat úgy, hogy az f függvény differenciálható legyen az értelmezési tartományának minden pontjában.

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c & \text{ha } x < 0 \\ e^{2x} & \text{ha } 0 \leq x \end{cases}$$

4. Határozzuk meg az alábbi függvények x_0 -beli érintőjének az egyenletét.

$$\text{a) } f(x) = \sin(\sqrt{x}), \quad x_0 = \pi^2 \quad \text{b) } f(x) = 2^{\sin(x)}, \quad x_0 = \pi$$

5. Határozzuk meg az $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ összes olyan érintőjét, ami 45° -os szöget zár be az x -tengellyel.