

8. Gyakorlat

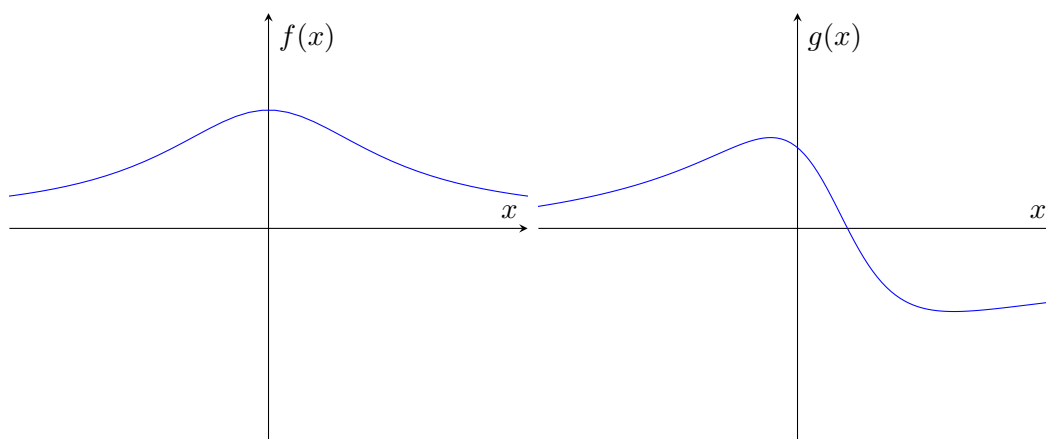
Függvényvizsgálat, szélsőérték feladatok

1. Legyenek adottak az alábbi függvények.

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1} \quad g(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}} \quad h(x) = x^2 \ln(x^2) \quad i(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$$

Végezzük el a következő feladatokat.

- (i) Határozzuk meg az értelmezési tartományukat.
 - (ii) Vizsgáljuk meg őket monotonitás szempontjából.
 - (iii) Határozzuk meg a lokális szélsőértékeiket.
 - (iv) Vizsgáljuk meg őket konvexitás szempontjából.
 - (v) Vázoljuk a függvények grafikonját.
 - (vi) Határozzuk meg az értékkészletüket.
2. Tegyük fel, hogy az alábbi grafikonjukkal megadott függvények differenciálhatóak. Vázlatosan adjuk meg a deriváltjukat.



3. Adott egy 4 dm $\times$ 5 dm-es téglalap alakú lemez. Mind a négy sarkából ki akarunk vágni egy négyzetet úgy, hogy a megmaradt téglalapokat felhajtva és összehegesztve egy felülről nyitott tartályt kapjunk. Mekkora négyzeteket kell ehhez levágnunk a sarkakból, hogy a végeredmény a lehető legnagyobb térfogatú legyen?
4. Legyen adott egy 1 dm sugarú gömb. Határozzuk meg a gömbbe helyezhető egyenes kúpok közül a legnagyobb térfogatút.
5. Az egy literes zárt egyenes körhengerek közül melyiknek a legkisebb a felülete?
6. Egy r sugarú körbe írható derékszögű négyszögek közül melyiknek a legnagyobb a területe?