

**9. Gyakorlat**

Taylor-polinom, L'Hospital szabály és középértéktételek

1. Adjuk meg azokat a legfeljebb harmadfokú polinomokat, amelyek az alábbi függvényeket a legjobban közelítik az  $x_0$  pontban.

a)  $f(x) = \cos(3x)e^{-x}$ ,  $x_0 = 0$       b)  $g(x) = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$ ,  $x_0 = 0$       c)  $h(x) = \operatorname{artg}(x^2)$ ,  $x_0 = 1$

2. Számítsuk ki az alábbi határértékeket.

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{x - 1}$       b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \cdot e^{\frac{x}{2}}}{e^x + x}$       c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \cdot e^{-x}$       d)\*  $\lim_{x \rightarrow 0_+} (\sin(x))^x$

e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin(x)}$       f)\*  $\lim_{x \rightarrow 0_+} x^x$

3. \* Adjuk meg tetszőleges  $n$  természetes számra az alábbi függvényekhez tartozó  $x_0 = 0$  pont körüli  $n$ -edfokú Taylor-polinomot.

a)  $f(x) = \sin(x)$       b)  $g(x) = \cos(x)$       c)  $h(x) = e^x$       d)  $i(x) = \ln(x + 1)$

4. \* Mutassuk meg, hogy minden  $x, y$  valós szám esetén teljesül, hogy  $|\sin(x) - \sin(y)| \leq |x - y|$ .