

11. Gyakorlat

Riemann-integrál és az integrálás alkalmazásai

1. Számítsuk ki az alábbi integrálokat.

$$\text{a) } \int_0^2 x^2 - 2x \, dx \qquad \text{b) } \int_1^e \frac{(\ln(x) + 2)^2}{x} \, dx$$

2. Számítsuk ki az alábbi területeket.

- a) Az $y = \frac{2}{x}$ görbe és a x -tengely által határolt területet az $[1, 3]$ intervallumon.
- b) Az $f(x) = x^2$ és a $g(x) = 2x$ függvények által közrezárt területet.
- c) Az $x(t) = 2t, y(t) = t^3$, ahol $t \in [0, 1]$ görbe alatt terület.
- d) Az $x(\varphi) = \varphi \cos(\varphi), y(\varphi) = \varphi \sin(\varphi)$, ahol $\varphi \in [0, 2\pi]$ arkhimédészi spirál által meghatározott szektorterület.

3. Számítsuk ki az alábbi görbék ívhosszát.

- a) Az $y = x^2$ görbe hosszát a $[0, 2]$ intervallum felett.
- b) A $x(t) = 2\sin^3(t), y(t) = 2\cos^3(t)$, ahol $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$ paraméterekkel adott asztroid egy részének az ívhosszát.

4. Számítsuk ki a térfogatát annak a testnek, amit az $x(t) = t - \sin(t), y(t) = 1 - \cos(t)$, ahol $t \in [0, 2\pi]$ ciklois x -tengely körüli megforgatásával kapunk.

5. Számítsuk ki a felszínét annak a testnek, amit az $y = \sqrt{x}, x \in [0, 4]$ görbe x -tengely körüli megforgatásával nyerünk.

6. Számítsuk ki az $y = \sqrt{x}$ görbe és az $x = 0$ és $x = 1$ egyenesek által meghatározott síklemez súlypontját.