

3

a

$$B_1 \cap K_a \cap A_7,$$

hiszen pontosan 1 lapot húztunk ÉS
kárót húztunk ÉS 7-et húztunk.

b

$$B_1 \cup B_2 \cup B_3,$$

hiszen 1 lapot VAGY 2 lapot VAGY 3 lapot
húztunk

c

$$\overline{K_a} \cap \overline{K_o} = \overline{K_a \cup K_o},$$

hiszen nem húztunk kárót ÉS nem húztunk
kört.

d

$$B_3 \cap \bigcap_{\substack{j=1 \\ j \neq 7}}^{10} \overline{A_j},$$

hiszen 3 lapot húztunk ÉS nem húztunk
 j értékű lapot ($j \in \{1, \dots, 10\} \setminus \{7\}$).

e

$$B_8 \cap \bigcap_{\substack{j=1 \\ j \neq 7, 10}}^{10} A_j,$$

ugyanígy mint előbb, de kihasználjuk, hogy
egy mámból csak 4-et lehet legfeljebb húzni.

5.

Vegyük észre, hogy az összeg 7, de nincs 3-as

$$P(A \cap (B \cup \bar{C})) = P(\overbrace{A \cap \bar{C}}),$$

hiszen $B \subseteq \bar{C}$. Mivel, ha mindegyik páros, akkor biztosan egyik kockán sincs hármas.

Másfelől az összes elemi esemény száma

$$|\Omega| = 6^3 = 216.$$

A kedvező esetek száma

$$|A \cap \bar{C}| = 9.$$

$$\text{hiszen } 7 = \underbrace{5+1+1}_{\frac{3!}{2!} = 3 \text{ db}} = \underbrace{4+2+1}_{3! = 6 \text{ db}} \quad \} \text{ lehetőség}$$

Azt kaptuk, hogy

$$P(A \cap (B \cup \bar{C})) = \frac{9}{216} = \frac{1}{24} \approx 0.0417.$$

Vegyük észre, hogy

$$\mathbb{P}((AUC) \cap \bar{B}) = \mathbb{P}(AUC),$$

hiszen $AUC \subseteq \bar{B}$. Mivel $A \subseteq \bar{B}$ és $C \subseteq \bar{B}$,
hiszen az összeg csak úgy lehet 7, ha
van páratlan szám és hármas esetén,
mintén van páratlan szám.

Továbbá

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(AUC) &= \mathbb{P}((AUC) \cap (\bar{C} \cup C)) \\ &= \mathbb{P}((A \cap \bar{C}) \cup C) = \underbrace{\mathbb{P}(A \cap \bar{C})}_{=1/24} + \mathbb{P}(C),\end{aligned}$$

hiszen $A \cap \bar{C}$ és C kizáró események.

Végül

$$\mathbb{P}(C) = 1 - \mathbb{P}(\bar{C}) = 1 - \frac{5^3}{6^3} = \frac{91}{216},$$

így

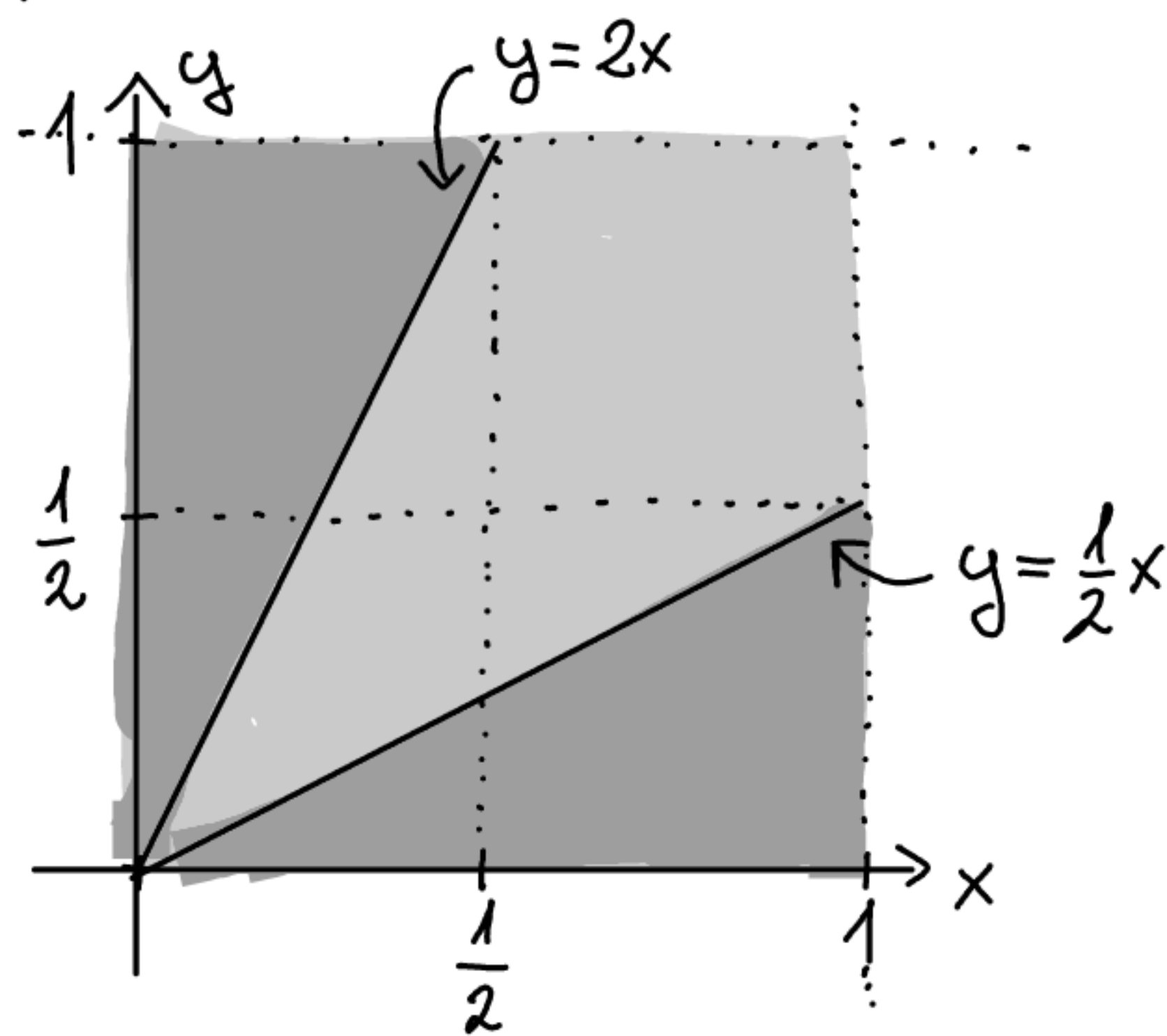
$$\mathbb{P}((AUC) \cap \bar{B}) = \frac{1}{24} + \frac{91}{216} = \frac{25}{54} \approx 0.4630.$$

6. Az eseménytér: $\Omega = [0, 1]^2$.

A keresett halmaz:

$$A = \{(x, y) \in \Omega : x > 2y \text{ vagy } y > 2x\}.$$

Ábrázoljuk:



A keresett valószínűség

$$\frac{\text{terület}(A)}{\text{terület}(\Omega)} = \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}}{1} = \frac{1}{2}.$$

10.

$$P(A) = \frac{\binom{50}{5}}{\binom{90}{5}} \approx 0.0482,$$

← 1 és 50 közötti számok közül húzunk 5 számot

$$P(B) = \frac{\binom{45}{5}}{\binom{90}{5}} \approx 0.0278,$$

← a páros számok közül húzunk 5 számot

$$P(A \cap B) = \frac{\binom{25}{5}}{\binom{90}{5}} \approx 0.0012,$$

← az 1 és 50 közötti páros számok közül húzunk 5 számot

A Poincaré-formula segítségével:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \approx 0.0748.$$