NEVEZETES DISZKRÉT ELOSZLÁSOK

EGYENLETES ELOSZLÁS

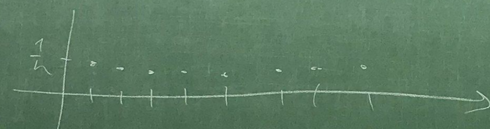
DOBÓKOCKA

$\boxed{1, 2, 3, 4, 5, 6}$

$p = \frac{1}{6}$

n érték esetén

$p = \frac{1}{n}$



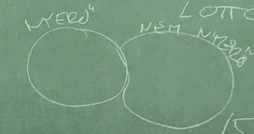
2 dim

n db [illegible]

$p = \frac{1}{n}$

HIPERGEOMETRIAI ELOSZLÁS

LOTTÓ

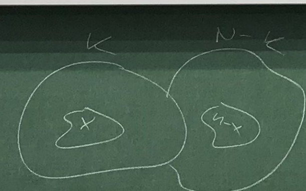


VISSZATEVÉS NÉLKÜL HÚZUNK

$$P(\text{ötös találat}) = \frac{\binom{5}{5} \cdot \binom{85}{0}}{\binom{90}{5}} = \frac{1}{\binom{90}{5}}$$

$$P(\text{4-es találat}) = \frac{\binom{5}{4}\binom{85}{1}}{\binom{90}{5}}$$

$$P(\text{k-as találat}) = \frac{\binom{5}{k} \cdot \binom{85}{5-k}}{\binom{90}{5}}$$



$$P(x) = \frac{\binom{K}{x} \cdot \binom{N-K}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

$P(\text{piros}) = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$

$p(\text{kék}) = \frac{3}{8}$

BINOMIÁLIS ELOSZLÁS

VISSZATEVÉSSEL

PIROS	KÉK
10	6

5-ös minta

X valváltozó

piros [illegible]

$0 \leq X \leq 5$

$$P(\text{3 pirosat húzunk}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} \binom{5}{3} = \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^3 \left(\frac{3}{8}\right)^2$$

$$P(X = k) = \binom{5}{k} \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^k \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^{5-k}$$

...ÉS NÉLKÜL
...ÚZUNK

1

$\binom{90}{5}$

...ESSEL

...X ≤ 5

ÁLTALÁNOSAN

n elemű minta

$0 \le X \le n$

p valószínűsége a megfelelő ...

1-p valószínűsége a nem...

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k(1-p)^{n-k}$$

CSAVARGYÁR

$P(\text{selejt}) = 0{,}01$ $P(\text{jó}) = 0{,}99$

3 elemű mintában legfeljebb 2 hibás $P(X<2)$

$$P(X=0)=\binom{3}{0}\cdot 0{,}01^0\cdot 0{,}99^3 = 0{,}99^3$$

$$P(X=1)=\binom{3}{1}\cdot 0{,}01^1\cdot 0{,}99^2 =$$

BINOM ~ HIPERGEOM   NAGY ELEMSZÁM ESETÉN!

N nagy, k nagy

POISSON - ELOSZLÁS

$P(X>3)=?$

$1-P(X\le 3)=$

$1-\big(P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)\big)$

TELEFONKÖZPONT, 5 hívás/óra

$P(10 \text{ perc alatt több, mint 3 hívás}) = ?$

$$P(X=k)=\frac{(\lambda t)^k}{k!}e^{-\lambda t}$$

$$\lambda = 5 \text{ hívás}/60 \text{ perc} = \frac{1}{12} = \frac{1}{12}\text{ hívás}/\text{perc} \qquad \frac{5}{6} \text{ 10 perc alatt}$$

$$P(X=3)=\frac{\left(\frac{5}{6}\right)^3}{3!}e^{-\frac{5}{6}} \quad P(X=2)=\frac{\left(\frac{5}{6}\right)^2}{2!}e^{-\frac{5}{6}} \quad P(X=1)=\frac{\frac{5}{6}}{1!}e^{-\frac{5}{6}}$$

$$P(X=0)=\left(\tfrac{5}{6}\right)^0 e^{-\frac{5}{6}}$$

INTERVALLUM

POISSON

ÁTLAG / VÁRHATÓ ÉRTÉK = λ

$P(X=k) = \frac{10^k}{k!} e^{-10}$ $\quad k=0,\dots,5$

MAZSOLÁS KALÁCS

20 MAZSOLA / 1 cm szelet

$\lambda = 20$

$\lambda t = 10$

P(0,5 cm-es szeletben > 5 mazsola)

$P(X>5) = 1 - (P(X=0) + P(X=1) + \dots + P(X=5))$

EXPONENCIÁLIS ELOSZLÁS „ÉLETTARTAM"

$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ $\quad \lambda = \frac{1}{E(X)}$

TELEFONHÍVÁSOK 5 hívás / óra

„HÍVÁSOK KÖZÖTT ELTELT IDŐ ELOSZLÁSA"

$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} = P(X<x)$

$P(X<8) = 1 - e^{-\frac{1}{12}\cdot 8}$ $\quad E(X) = 12$ perc $\quad \lambda = \frac{1}{12}$

POLIHIPERGEOMETRIKUS ELOSZLÁS

X = piros száma

Y = kékek száma

$P(X=4, Y=3) = \frac{\binom{10}{4}\binom{8}{3}\binom{5}{0}}{\binom{23}{7}}$

10 $\quad$ 8 $\quad$ 5

$K_1 \quad K_2 \quad N-K_1-K_2$

VISSZATEVÉS NÉLKÜL

mintaszám = 7 $\quad n$

4 piros 3 kék

$x \quad y$

$p(x,y) = \frac{\binom{K_1}{x}\binom{K_2}{y}\binom{N-K_1-K_2}{n-x-y}}{\binom{N}{n}}$

POLINOMIÁLIS ELOSZLÁS

10 fős társaság

p_1 valószínűség kirándulás

p_2 valószínűség moziba

$1-p_1-p_2$ otthon marad

P(3-an mennek kirándulni, 2-en moziba)

$= p_1^3 \cdot p_2^2 \, (1-p_1-p_2)^5 \cdot \binom{10}{3}\binom{7}{2}$

ÁLTALÁNOSAN

n elemű minta

$0 \leq X \leq n$

p valószínűsége a megfelelő [illegible]

1-p valószínűsége a [illegible]

$$P(X=k) = \binom{n}{k} \cdot p^{k} (1-p)^{n-k}$$

CSAVARGYÁR

$P(\text{selejt}) = 0{,}01$ $\quad P(\text{jó}) = 0{,}99$

3 elemű mintában [illegible] 2 [illegible] $P(X<2)$

$$P(X=0) = \binom{3}{0} \cdot 0{,}01^{0} \cdot 0{,}99^{3} = \underline{\underline{0{,}99^{3}}}$$

$$P(X=1) = \binom{3}{1} \cdot 0{,}01^{1} \cdot 0{,}99^{2} =$$

$+$

$$\binom{10}{3} \cdot \binom{7}{2} = \frac{10!}{\cancel{7}!\,3!} \cdot \frac{\cancel{7!}}{2!\,5!} = \frac{10!}{3!\,2!\,5!}$$

$$\frac{n!}{x!\,y!\,(n-x-y)!} \cdot p_1^{x} \cdot p_2^{y} \cdot (1-p_1-p_2)^{n-x-y} = p(x,y)$$

FUTÓVERSENY

1000 induló

KULLANCSFERTŐZÉS

MINDEN 50. emberben található kullancs

20 emberben van kullancs

980 nincs

KIVÁLASZTUNK 3 embert, $P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3)$

VISSZATEVÉS NÉLKÜL

HIPERGEOMETRIA

$$P(X=2) = \frac{\binom{20}{2}\binom{980}{1}}{\binom{1000}{3}}$$

$$P(X=3) = \frac{\binom{20}{3}\binom{980}{0}}{\binom{1000}{3}}$$

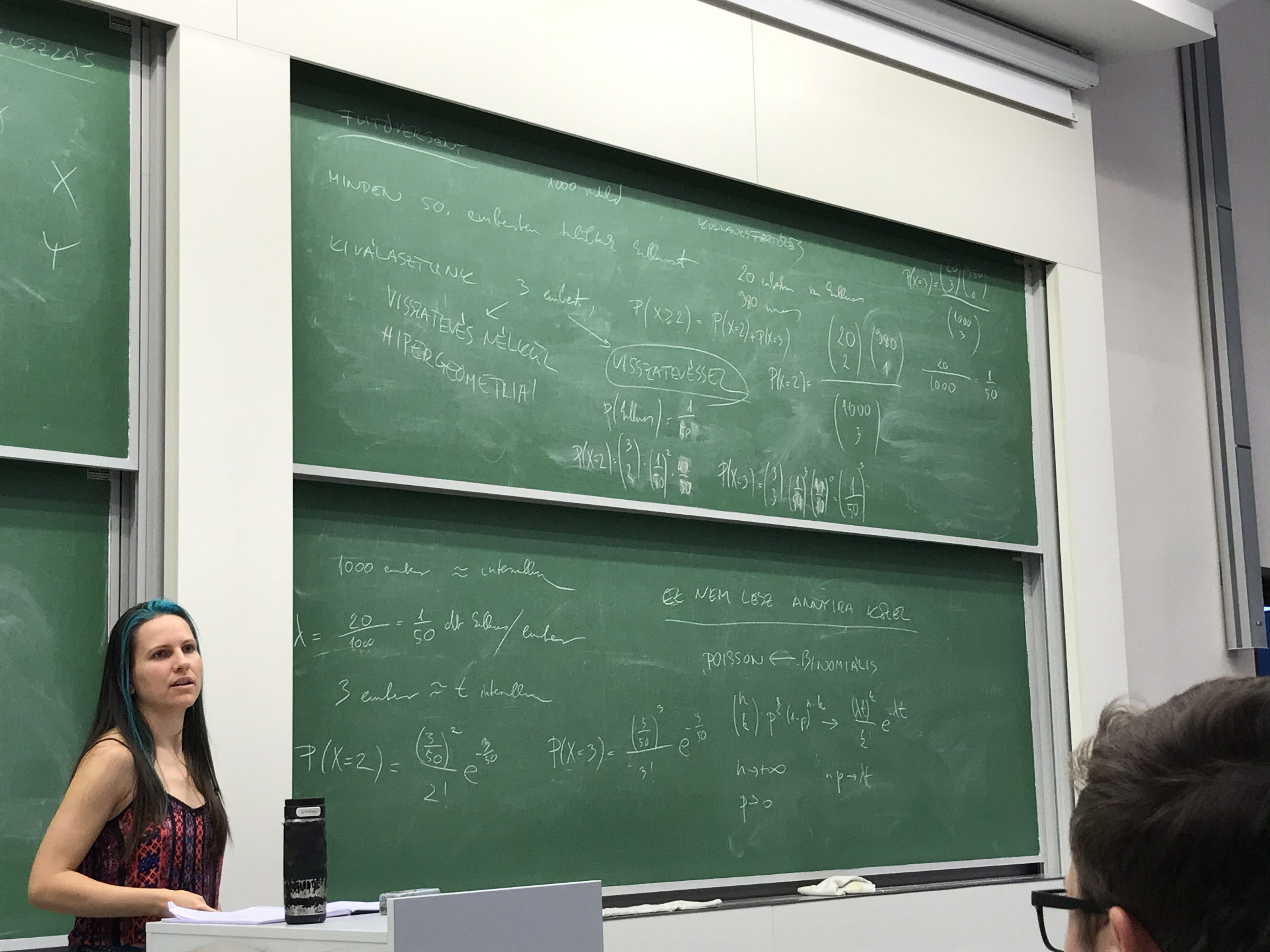
$$\frac{20}{1000} = \frac{1}{50}$$

VISSZATEVÉSSEL

$$P(\text{kullancs}) = \frac{1}{50}$$

$$P(X=2) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{50}\right)^2 \cdot \frac{49}{50}$$

$$P(X=3) = \binom{3}{3}\left(\frac{1}{50}\right)^3\left(\frac{49}{50}\right)^0 = \left(\frac{1}{50}\right)^3$$



FUTÓVERSENY
MINDEN 50. emberben
KIVÁLASZTUNK 3 embert,
VISSZATEVÉS NÉLKÜL
HIPERGEOMETRIA!
VISSZATEVÉSSEL
$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3)$
$P(X=2) = \frac{\binom{20}{2}\binom{980}{1}}{\binom{1000}{3}}$
$P(X=3) = \frac{\binom{20}{3}\binom{980}{0}}{\binom{1000}{3}}$
$\frac{20}{1000} = \frac{1}{50}$
$P(X=2) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{50}\right)^2 \cdot \frac{49}{50}$
$P(X=3) = \binom{3}{3} \cdot \left(\frac{1}{50}\right)^3 \left(\frac{49}{50}\right)^0 = \left(\frac{1}{50}\right)^3$
1000 ember
$\lambda = \frac{20}{1000} = \frac{1}{50}$
3 ember $\approx t$
$P(X=2) = \frac{\left(\frac{3}{50}\right)^2}{2!} e^{-\frac{3}{50}}$
$P(X=3) = \frac{\left(\frac{3}{50}\right)^3}{3!} e^{-\frac{3}{50}}$
NEM LESZ ANNYIRA KÖZEL
POISSON ⟵ BINOMIÁLIS
$\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \to \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$
$n \to +\infty$
$np \to \lambda t$
$p \to 0$