

Valószínűségszámítás pótkurzus pótpótZH3, 2016. máj. 30.

Munkaidő: 100 perc. Max pontszám 44, de a 40 pont már 100%-nak számít.

Nemprogramozható, internet nélküli számológép használható.

Számológép hiányában világos formulákkal adjuk meg a választ.

1. A TRANSYLVANIA villanykörte típus élettartama exponenciális eloszlást követ 6 hónap várható értékkel. Drakula gróf az íróasztali lámpájában, amikor tönkremegy egy körte, rögtön kicseréli egy újra. Mekkora a valószínűsége, hogy:

- (a) Az első három évet kihúzza 5 villanykörtevel? **(5p)**
(b) Az első háromszáz évet kihúzza 500 villanykörtevel? **(5p)**

Adjuk meg a numerikus értékeket is! Egy kis segítség: ha kellene, akkor az $\text{Expon}(\lambda)$ szórása $1/\lambda$.

2. Dobjunk föl n -szer egy szabályos pénzérmét, és legyen X az 1-es dobások, Y pedig a 6-os dobások száma. Számoljuk ki X és Y korrelációs együtthatóját! **(7p)**
3. Legyen X eloszlása egyenletes a $[0, 1]$ intervallumon. Az Y valószínűségi eloszlása X rögzítése mellett pedig egyenletes a $[0, X]$ intervallumon. Határozzuk meg Y

- (a) perem-sűrűségfüggvényét; **(5p)**
(b) várható értékét; **(3p)**
(c) szórását! **(5 p)**

Figyelem: a b) és c) részekhez nem muszáj az a)-t megcsinálni!

4. Válasszunk két pontot függetlenül és egyenletesen az egységkör kerületén. Jelölje X az egymástól való távolságukat!
- (a) Mi a valószínűsége, hogy $X < 1$? **(2p)**
(b) Határozzuk meg X sűrűségfüggvényét! **(5p)**

Hasznos lehet, hogy $\arctan(x)$ deriváltja $1/(1+x^2)$, míg $\arcsin(x)$ deriváltja $1/\sqrt{1-x^2}$.

5. Legyen (X, Y) egy 2-dimenziós normális eloszlású vektor, $(0, 0)$ várható érték vektorral és $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ kovarianciamátrixszal. Mi a valószínűsége, hogy $Y - X \leq 5$ és $4Y + X \geq 0$? **(7 p)**

