

**Valószínűségszámítás pótkurzus pótZH3, 2016. máj. 23.**

*Munkaidő: 100 perc. Max pontszám 45, de a 40 pont már 100%-nak számít.*

*Nemprogramozható, internet nélküli számológép használható.*

*Számológép hiányában világos formulákkal adjuk meg a választ.*

1. Egy üzletben naponta átlagosan 24-en vásárolnak, Poisson eloszlás szerint. Mindegyik vásárló Egyenletes $[0,1]$  Millió Ft eloszlásban költ, egymástól függetlenül. Mi a bolt napi bevételének várható értéke és szórása? **(3+5p)**
2. (a) Húzzunk a sík  $P = (0, 1)$  pontján keresztül egyenletes véletlen irányban egy egyenest. Az  $x$ -tengelyt messe ez a  $Q = (X, 0)$  véletlen pontban. Határozzuk meg az  $X$  valószínűségi változó sűrűségfüggvényét! (Segítség: hasznos lehet, hogy  $\arctan(x)$  deriváltja  $1/(1+x^2)$ , míg  $\arcsin(x)$  deriváltja  $1/\sqrt{1-x^2}$ .) **(5p)**  
(b) Mutassuk meg, hogy a fenti  $X$  változó eloszlása megegyezik  $1/X$  eloszlásával! **(5p)**
3. Egy nap alatt átlagosan 50 db ZH-t tudok kijavítani, 8 szórással, a javító-társam pedig 51-et, 6 szórással, egymástól függetlennek tekinthető normális eloszlásokkal.
  - (a) Mi a valószínűsége, hogy holnap a társam legalább eggyel több ZH-t fog kijavítani, mint én? **(4p)**
  - (b) Föltéve, hogy legalább 51 db ZH-t kijavítok, várható értékben hányat tudok kijavítani? **(5p)**
  - (c) A holnaputáni ZH-ra a 112 fős évfolyam minden egyes diákja  $3/4$  valószínűséggel jön el, egymástól függetlenül. Becsüljük meg annak a valószínűségét, hogy ketten végzünk a javítással aznap! **(6p)**

Standard normális táblázat a túloldalon.

4. Legyen az  $(X, Y)$  pont egyenletes eloszlású a  $(0, 0)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(2, 0)$  pontok által meghatározott háromszögben.
  - (a) Mi lesz az  $(X, Y)$  kétdimenziós eloszlás kovarianciamátrixa? **(8 p)**
  - (b) Legyen  $Z = X + 2Y$ . Mi lesz az  $(X, Z)$  kétdimenziós eloszlás kovarianciamátrixa? **(4 p)**

