

Valószínűségszámítás pótkurzus ZH3, 2016. máj. 12.

Munkaidő: 100 perc. Max pontszám 40.

*Nemprogramozható, internet nélküli számológép használható.
Számológép hiányában világos formulákkal adjuk meg a választ.*

- 100-szor feldobunk egy szabályos dobókockát. Mi a valószínűsége, hogy az $1, 2, \dots, 6$ eredmények mindegyike (legalább egyszer) előfordul? **(6p)**
- Egy hamis érmével, ami p valószínűséggel ad fejet, n -szer dobunk. Mennyi a tiszta fej futamok számának várható értéke és szórása? (Pld a FIIFFIFIIIF sorozatban 4 darab tiszta fej futam van.) **(6+6p)**
- Az X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye $f_X(x) = \lambda^2 x e^{-\lambda x}$ ha $x \geq 0$, és 0 különben. Az Y valváltozó feltételes eloszlása X rögzítése mellett pedig egyenletes a $[0, X]$ intervallumon. Határozzuk meg:
 - X és Y együttes sűrűségfüggvényét (ügyeljünk a tartóra, hol nemnulla); **(2p)**
 - Y perem-sűrűségfüggvényét és $\mathbb{E}(Y)$ -t; **(3p)**
 - X feltételes sűrűségfüggvényét és várható értékét az $Y = y$ feltétel mellett. **(3p)**
 - Mi a tanulság? Más szavakkal, micsoda Y és $X - Y$ együttes eloszlása? **(2p)**
- Törjünk ketté egy ℓ hosszú pálcikát egy véletlen egyenletes pontban. Az így kapott két rész legyen egy téglalap két oldala. Határozzuk meg a téglalap kerületének és területének kovarianciáját. **(6 p)**
- Legyen (X, Y) egy 2-dimenziós normális eloszlású vektor, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ kovarianciamátrixszal. Mi a valószínűsége, hogy $|Y| < X$? **(6 p)**