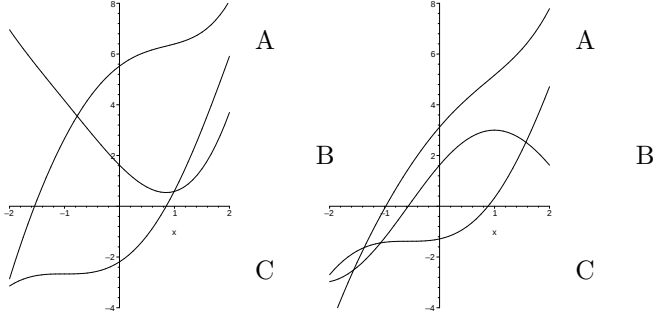


1. Határozzuk meg az értelmezési tartományát és az érték-készletét az $f(x) = e^{\arccos(x)}$ függvénynek. (2 pont)

2. Az alábbi két ábra közül az elsőn azt vizsgáljuk a függvények grafikonjait felhasználva, hogy melyik függvény melyik deriváltja, a másodikon, hogy melyik függvény melyik második deriváltja lehet. Azt a függvényt jelöltük A-val, amelyiknek az $x = 2$ helyen felvett értéke a legnagyobb, és azt C-vel, amelyiké a legkisebb. Húzzunk nyilat a függvény betűjelétől a derivált (a második ábrán a második derivált) betűjéig minden lehetséges esetben. (3 pont)



3. Határozzuk meg az alábbi határértékeket! (3 pont)

a) $\lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{\cos^2(x) - \cos^2(\pi/3)}{x - \pi/3} =$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{-x+2}}{x^2 + x} =$

c) $\lim_{x \rightarrow +0} x \ln x =$

d) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + \cos x)^{\tan x} =$

4. Számítsuk ki az alábbi differenciálhányadosokat! (3 pont)

a) $(xe^{3x} \sin x)' =$

b) $(\arcsin(e^{\sqrt{x}}))' =$

c) $(\tan(\ln(x^2 + 1)))' =$

5. Írjuk fel az x^3 függvény $x_0 = 1$ ponthoz tartozó teljes differenciálját, és ennek segítségével adjunk lineáris közelítést $1,1^3$ értékére! (2 pont)

6. Számítsuk ki az alábbi határozatlan integrálokat! (3 pont)

a) $\int \sin x e^{\cos x} dx =$

b) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} dx =$

c) $\int \frac{2x}{\sqrt{1 - x^4}} dx =$

7. Határozzuk meg az $f(x) = \sin \frac{\pi}{2} x$ függvény $[0, 2]$ intervallumon vett átlagát! (1 pont)

8. Mely intervallumon invertálható az $f = x \mapsto e^x + x$ függvény? Az inverzét jelölje g . Számítsuk ki a $g'(1 + e)$ értéket! (2 pont)

9. Mit tudunk az f függvényről az a pontban, ha ott értelmezve van, és folytonos? Minimuma (MIN), maximuma (MAX), inflexiós pontja (INFL) van? Ha egyik sem, akkor konvex (KONVX) vagy konkáv (KONKV)? (3 pont)

1. $f(a) = 2, f'(a) = 0, f''(a) = -2: \dots$

2. $f'(a) = 2, f''(a) = 0, f'''(a) = -2: \dots$

3. $f''(x) > 0$, ha $a - 1 < x < a + 1: \dots$

4. $f'(x) < 0$, ha $x < a$ és $f'(x) > 0$, ha $x > a: \dots$

10. Írjuk fel az $y^2 = x^3 + x + 2$ görbe $(1, 2)$ pontbeli érintőjének egyenletét! (1 pont)

11. Írjuk le Lagrange középértéktételét! (1 pont)

12. Írjuk le a változó felső határú integrál deriváltjára vonatkozó tételt! (1 pont)